The 1st National Conference on
Geospatial Information Technology

K.N.Toosi University of Technology
Faculty of Geomatics Engineering

19 - 20 January 2016

اولین کنفرانس مهندسی فناوری اطلاعات مکانی
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی نقشه‌برداری
۲۹ و ۳۰ دی ماه ۱۳۹۴

تعیین مرزهای ناپیوستگی چگالی درون زمین با داده‌های شتاب جاذبه در تقریب صفحه‌ای به روش کالوکیشن کمترین مربعات

وحید قربانلو[1*]، مجید عباسی[2]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی دانشگاه زنجان
۲- استادیار گروه مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه زنجان

چکیده :

وارون‌سازی داده‌های گرانی می‌تواند اطلاعات ارزشمندی را در رابطه با ساختار زیرلایه‌های زمین ارائه دهد. در این مقاله، روش وارون‌سازی مبتنی بر کالوکیشن کمترین مربعات برای برآورد مرزهای ناپیوستگی درون زمین ارائه شده است. به منظور بررسی تئوری این روش یک مدل دو لایه از زمین با تقریب صفحه‌ای پیشنهاد شده که هر لایه دارای چگالی ثابت بوده و داده‌های مربوط به شتاب جاذبه بر روی سطح مدل در اختیار می‌باشد و مرز بین این دو لایه توسط یک سطح ناپیوستگی جدا می‌گردد. به منظور بررسی عملکرد این روش، با فرض اختلاف چگالی ثابت بین دو لایه‌ی مذکور، ابتدا با حل مسأله‌ی مستقیم، داده‌های شتاب جاذبه در سطح زمین محاسبه شد. سپس با توجه به اینکه میدان جاذبه‌ی تولید شده توسط لایه‌های فرضی تابعکی از عمق می‌باشد، با خطی‌سازی قانون گرانشی نیوتن حول یک سطح متوسط از ناپیوستگی مفروض، فرآیند وارون‌سازی به روش کالوکیشن کمترین مربعات صورت گرفت. با استفاده از داده‌های شبیه-سازی شده، تغییرات دوبعدی مرز ناپیوستگی در مدل با این روش محاسبه شده و این مدل ریاضی اکنون آماده برای استفاده در داده‌های واقعی است.

واژه‌های کلیدی : کالوکیشن کمترین مربعات، مسأله‌ی وارون گرانی‌سنجی، مرز ناپیوستگی، هسته‌ی بازمولد.

نویسنده مکاتبه کننده : وحید قربانلو
آدرس پستی : زنجان، بلوار دانشگاه، دانشگاه زنجان، دانشکده مهندسی، گروه نقشه‌برداری. صندوق پستی: ۴۵۳۷۱-۳۸۷۹۱
تلفن : ۰۲۴۳۳۰۵۲۴۶۸
آدرس پست الکترونیک : vghorbanlou@znu.ac.ir

۱- مقدمه

برای برآورد مرز ناپیوستگی بین لایه‌های درون زمین بر اساس مشاهدات ژئوفیزیکی، روش‌های لرزه‌ای و روش‌های وارون‌سازی گرانی، روش‌های معمول هستند. روش اول بر اساس تغییر سرعت انتشار امواج لرزه‌ای در عبور از مرز ناپیوستگی و روش دوم بر اساس اختلاف چگالی بین لایه‌ی بالا و پایین است. در روش‌های لرزه‌ای با استفاده از لرزه-نگاشت‌های ثبت شده توسط لرزه‌نگارها در سطح زمین، عمق ناپیوستگی قابل تعیین است و در روش دیگر با استفاده از وارون‌سازی داده‌های گرانی، عمق ناپیوستگی را محاسبه می‌کنند [۱]. هریک از این دو راهکار مزایا و معایبی دارند. تهیه‌ی داده‌های لرزه‌نگاری در بسیاری از موقعیت‌ها نظیر کوهستان‌ها و اقیانوس‌ها با مشکل مواجه است و داده‌ها دارای پیوستگی مناسبی نیستند. در حالی که در روش گرانی‌سنجی، مشکل پیوستگی داده‌ها وجود ندارد، چرا که پس از توسعه‌ی مدل‌های ژئوپتانسیل جهانی بر پایه‌ی مشاهدات ماهواره‌ای امکان سنجش میدان گرانی در دریاها و خشکی‌ها (برای طول موج‌های بلند) میسر است. البته در تعیین ناپیوستگی به روش گرانی‌سنجی هم اشکالاتی وجود دارد مثلاً فرض ثابت گرفتن اختلاف چگالی بین لایه‌ها یکی از اشکالات این روش است [۲]. قدرت تفکیک مکانی برآوردهایی که بر اساس داده‌های گرانی انجام می‌گیرد کمتر از نتایج حاصل از روش‌های لرزه‌ای می‌باشد ولی استفاده از مشاهدات گرانی دارای این مزیت است که اولاً ارزانتر بوده و ثانیاً از پوشش سطحی مناسبی برخوردارند [۳].

در این مقاله، تئوری وارون‌سازی مبتنی بر کالوکیشن کمترین مربعات[1] داده‌های شتاب جاذبه به منظور برآورد مرزهای ناپیوستگی درون زمین بررسی گردیده است. ابتدا یک مدل دو لایه از زمین با فرض اختلاف چگالی ثابت بین لایه‌ها در نظر گرفته شده، سپس داده‌های مربوط به شتاب جاذبه با حل مسأله‌ی مستقیم بر روی سطح زمین محاسبه شده و در نهایت با استفاده از این داده‌ها در فرآیند وارون‌سازی به روش کالوکیشن کمترین مربعات تغییرات دو بعدی مرز ناپیوستگی مدل محاسبه گردیده است.

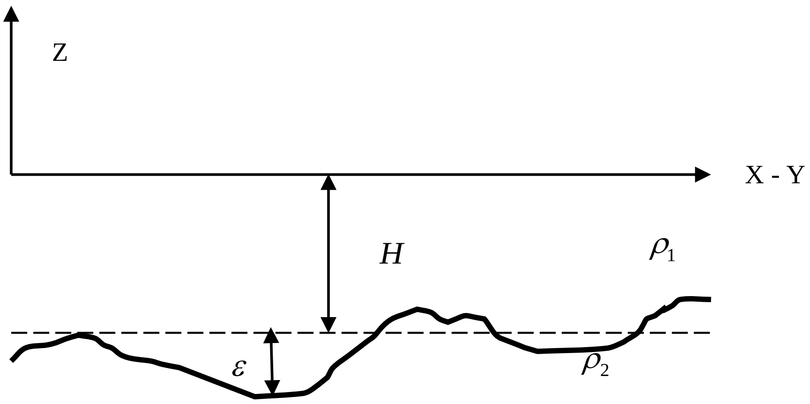
۲- مروری بر تئوری تشکیل مدل ریاضی و فرآیند وارون‌سازی

مسأله‌ی وارون داده‌های گرانی با هدف برآورد مرزهای ناپیوستگی یک مسأله‌ی غیر خطی است. در این بخش ابتدا به مدل‌سازی مسأله‌ی مستقیم گرانی یا همان محاسبه‌ی آنومالی حاصل از ناپیوستگی در سطح زمین پرداخته شده و سپس مدل ریاضی وارون با روش کالوکیشن کمترین مربعات داده‌های گرانی بیان می‌شود.

۲-۱- تعیین پارامترهای مدل ریاضی و مسأله‌ی مستقیم

اگر مدلی تصادفی با ساختار دو لایه با اختلاف چگالی مشخص $\Delta\rho_{12}$ و یک سطح جدایی (متغیر نسبت به عمق میانگین) بین دو لایه فرض کنیم به طوریکه این ناپیوستگی یک مرز صاف و هموار نباشد، در این صورت مسأله‌ی مستقیم گرانی، محاسبه‌ی اثر گرانی این توزیع جرم در سطح زمین است. پستی و بلندی‌های مرز ناپیوستگی به صورت شماتیک در شکل (۱) نشان داده شده است. برای مدل‌سازی توزیع جرم و محاسبه آنومالی‌های حاصل از این اجرام، یک سیستم مختصات کارتزین در نظر گرفته می‌شود به طوری که صفحه‌ی X - Y منطبق بر سطح زمین و محور Z در راستای عمود بر زمین و به سمت بیرون باشد. لازم به ذکر است که در این مدل، سطح زمین یک صفحه‌ی دو بعدی در نظر گرفته شده و از کرویت آن صرفنظر شده است [۴].

[1] Least Squares Collocation



شکل ۱: مدل دو لایه‌ی فرضی با اختلاف چگالی ثابت $\Delta\rho = \rho_1 - \rho_2$

به این ترتیب آنومالی بوگه‌ی حاصل از چنین جسمی در سطح زمین با رابطه‌ی زیر محاسبه می‌گردد [۵]:

$$\Delta g(x',y',0) = G\Delta\rho \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+Z^2(x,y)}} - \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+H^2}} \right) dx\,dy \tag{۱}$$

در این رابطه، G ثابت جهانی گرانش، $\Delta\rho$ اختلاف چگالی بین دو لایه و (x',y') مختصات نقطه‌ی مشاهده، H عمق میانگین و Z عمق ناپیوستگی است. انتگرال اخیر در فضای پیوسته نوشته شده است که باید به صورت گسسته و با روش منشوربندی انجام شود. اگر تعداد منشورها در راستای محور X، M و در راستای محور Y، N باشد و هر منشور با شاخص l,k (منشور l ام در راستای محور X و k ام در راستای محور Y) معرفی گردد، با استفاده از رابطه‌ی زیر می‌توان آنومالی حاصل از چنین مدلی را در نقطه‌ی مشاهده‌ی i ام روی سطح زمین محاسبه نمود:

$$\Delta g(x_i,y_i,0) \cong G\Delta\rho \sum_{l=1}^{M}\sum_{k=1}^{N} \left(\frac{1}{\sqrt{(x_l-x_i)^2+(y_k-y_i)^2+Z_{l,k}^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x_l-x_i)^2+(y_k-y_i)^2+H^2}} \right) \Delta x_l \Delta y_k \tag{۲}$$

در این رابطه (x_i,y_i) مختصات نقطه‌ی مشاهده، $Z_{l,k}$، (x_l,y_k) و $\Delta x_l \Delta y_k$ به ترتیب عمق، مختصات مرکز منشور و مساحت قاعده‌ی منشور l,k است. با در نظر گرفتن این مدل، میدان گرانشی کل در هر نقطه بر روی سطح زمین با جمع کردن اثر کل این منشورها به دست می‌آید [۵ و ۱].

۲-۲- وارون‌سازی به روش کالوکیشن کمترین مربعات

یکی از کاربردهای نظریه‌ی فضاهای هیلبرت با هسته‌ی بازمولد[۲]، حل مسائلی در نظریه‌ی تقریب و درونیابی است. استفاده از این روش مستلزم این است که فضای هیلبرت و هسته‌ی باز مولد آن به نحوی انتخاب گردد که بتواند تابع مجهول عمق ناپیوستگی را به بهترین نحو تقریب کند. برای شبیه‌سازی مبانی زیر را در نظر می‌گیریم:

فرض می‌کنیم S فضای هیلبرت چند جمله‌ای‌های از درجه‌ی نابیشتر از ۲ روی بازه‌ی $[-a,a]\times[-a,a]$ باشد که در آن a یک عدد حقیقی مثبت است. $\mathrm{S}^*=\mathrm{span}\{L_1,..L_n\}$ دوگان این فضای هیلبرت و $L_i\in\mathrm{S}^*$ ، ($i=1,...,n$) تابعک‌های مستقل خطی کراندار باشند. برای تابع چندجمله‌ای دو متغیره‌ی f (عمق ناپیوستگی) متعلق به فضای هیلبرت S تعریف می‌کنیم $L_i f=d_i$ یعنی حاصل اعمال فانکشنال‌ها بر روی تابع f مقادیر عددی d_i باشند. حال اگر $L_0\in\mathrm{S}^*$ تابعک خطی کراندار دیگری باشد، در مسأله‌ی کالوکیشن کمترین مربعات محلی[۳] به دنبال تابعک خطی کراندار $\widehat{L_0}\in\mathrm{S}^*$ هستیم تا با اعمال آن بر روی تابع f مقدار $\widehat{l_0}$ را به نحوی محاسبه کنیم که $\|L_0-\widehat{L_0}\|$ مینیمم گردد [۶]. پاسخ این مسأله به صورت زیر است:

$$\widehat{l_0}=b^T G^{-1} d\in\mathbb{R}^{1\times1} \qquad (۳)$$

که در آن:

$$G=(\langle L_i,L_j\rangle)=L_iL_jK(u,v)\in\mathbb{R}^{n\times n} \qquad ; i,j=1:...:n$$

$$b=(\langle L_i,L_0\rangle)=L_iL_0K(u,v)\in\mathbb{R}^{n\times1}$$

$$d=[\Delta g_1,....,\Delta \mathrm{g}_n]^T\in\mathbb{R}^{n\times1}$$

در این مقاله بردار d شامل مقادیر آنومالی‌های محاسبه شده توسط مسأله‌ی مستقیم و $K(u,v)$ هسته‌ی باز مولد فضای هیلبرت است. اگر $u=(x,y)$ و $v=(x',y')$ باشند، هسته‌ی بازمولد مطابق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$K(u,v)=\beta_0+\beta_1xx'+\beta_2yy'+\beta_3xyx'y'+\beta_4x^2x'^2+\beta_5y^2y'^2 \qquad (۴)$$

عمق ناپیوستگی (Z) به طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست. از طرفی تابعک رابطه‌ی (۱) نسبت به عمق ناپیوستگی غیر خطی است، لذا برای به کارگیری در این روش، باید خطی‌سازی شود. با در نظر گرفتن شرایط زیر این تابعک را خطی‌سازی نمودیم:

$$\begin{cases}\mathrm{if}: Z=H+\varepsilon\\ \mathrm{if}: \varepsilon<<H\end{cases}$$

[2] Reproducing Kernel Hilbert Space (RKHS)
[3] Local Collocation Problem (LCP)

$$\Delta g(x',y',0) = -G\Delta\rho \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\varepsilon H}{((x-x')^2+(y-y')^2+H^2)^{3/2}}\right)dxdy \tag{۵}$$

فرآیند خطی‌سازی رابطه‌ی فوق در ضمیمه آورده شده است. در این رابطه پارامتر ε نوسان عمق[۴] است و بر اساس شروط فوق خطی‌سازی حول سطح متوسطی از عمق ناپیوستگی (H) صورت گرفته است و مقادیر پارامتر نوسان عمق بسیار کوچکتر از مقادیر متوسط عمق ناپیوستگی فرض می‌شوند. در بخش قبل با حل مسأله‌ی مستقیم در نقاط متمایز $(x_i, y_i), i=1,...,n$ روی سطح، آنومالی‌های گرانی $\Delta g_i = \Delta g(x_i, y_i)$ طبق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شوند:

(۶)

$$\Delta g(x_i,y_i) \cong -G\Delta\rho \sum_{l=1}^{M}\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{\varepsilon(x_l,y_k)H}{((x_l-x_i)^2+(y_k-y_i)^2+H^2)^{3/2}}\right)\Delta x_l \Delta y_k = L_i(\varepsilon) \quad (1\le i\le n)$$

$L_i(\varepsilon)$ نشان‌دهنده‌ی تابعک خطی و کراندار مورد استفاده برای ارتباط نوسان عمق (ε) با آنومالی (Δg) است. هدف، محاسبه‌ی مقادیر تابع نوسان عمق $\varepsilon(x_l, y_k)$ است. می‌دانیم تابعک به کار رفته در رابطه‌ی (۶) خطی و کراندار است که در این مسأله روی تابع $\varepsilon(x_l, y_k)$ در n نقطه‌ی متمایز $(x_i, y_i), i=1,...,n$ اثر کرده و مقادیر عددی $\Delta g_i, i=1,...,n$ حاصل شده است. مسأله‌ی وارون با معلوم بودن بردار مشاهدات، به دنبال بردار مدل مجهول است. پس با استفاده از روش وارون سازی کالوکیشن کمترین مربعات محلی، تقریبی از تابع نوسان عمق را در نقاط خواسته شده محاسبه می‌نماییم که پس از افزودن مقادیر حاصل به مقدار عمق میانگین مقدار عمق ناپیوستگی در نقاط مورد نظر حاصل می‌شود.

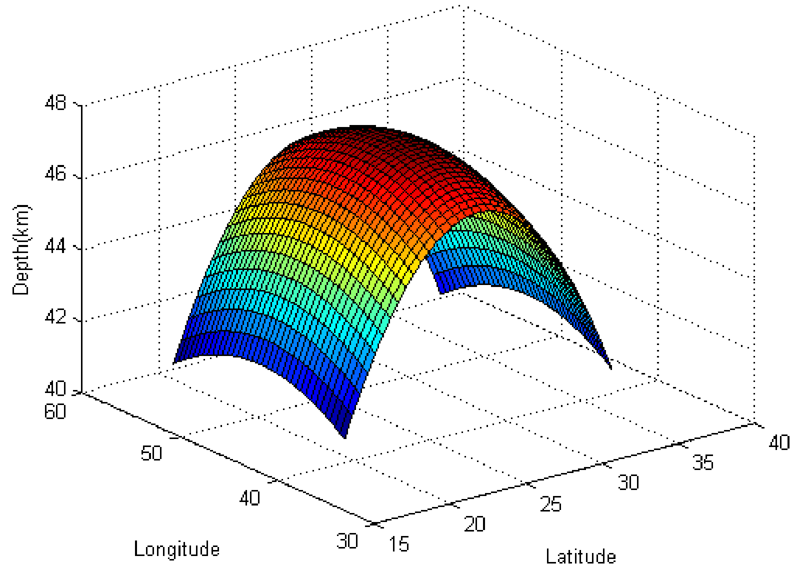
۳- فرآیند شبیه‌سازی داده‌ها

به منظور بررسی روابط ارائه شده در بخش‌های قبل، فرآیند ایجاد مدل دو لایه‌ی مصنوعی و وارون‌سازی به روش کالوکیشن کمترین مربعات با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده انجام گرفته است. ابتدا بر روی داده‌های شبیه‌سازی شده، مسأله مستقیم حل شده و آنومالی‌ها محاسبه می‌شوند. سپس با روش کالوکیشن کمترین مربعات با داشتن این آنومالی‌ها، دوباره مدل مصنوعی با روش وارون برآورد گردیده است.

۳-۱- محاسبه‌ی آنومالی حاصل از مدل مصنوعی

برای تولید آنومالی‌های محاسباتی، ابتدا یک مدل دو لایه در محدوده ۱۸/۲۵ تا ۳۶/۲۵ درجه عرض جغرافیایی و ۳۸/۲۵ تا ۵۶/۲۵ درجه طول جغرافیایی ساخته شد. داده‌ها به صورت شبکه‌ی منظم با تفکیک مکانی ۰/۵ درجه در نظر گرفته شدند. در مسأله‌ی مستقیم، منشوربندی به گونه‌ای است که مرکز هر منشور بر نقطه‌ی داده‌ی آنومالی منطبق باشد. بنابراین شبکه‌بندی محدوده‌ی مورد نظر به طریقی انجام گرفت که به مرکز هر سلول یک عمق نسبت داده شد. لذا یک شبکه‌ی ۳۶×۳۶ به دست آمد. عمق های ناپیوستگی اختصاص یافته به سلول‌ها در این شبکه از ۴۰/۸ کیلومتر تا ۴۷/۲ کیلومتر مطابق شکل زیر متغیر است.

[۴] Anomalous Depth



شکل ۲. مقادیر تغییرات عمق ناپیوستگی در مدل دو لایه‌ی مصنوعی

با استفاده از رابطه‌ی (۶) آنومالی حاصل از مدل دو لایه‌ی مفروض، با معلوم بودن مختصات و مقدار عمق ناپیوستگی در مرکز هر سلول و همچنین با فرض مقادیر عمق میانگین و چگالی ثابت، بر حسب میلی‌گال در تک‌تک نقاط منطبق بر مرکز هر سلول محاسبه گردیده است. البته مختصات مرکز سلول‌ها بر حسب درجه ارائه شدند در حالی که در رابطه‌ی (۶) برای محاسبه‌ی آنومالی بوگه، مختصات نقاط مشاهده و مرکز سلول‌ها بر حسب کیلومتر وارد می‌شوند. لذا رابطه‌ی زیر جهت تبدیل مختصات جغرافیایی یک نقطه بر حسب رادیان به کیلومتر استفاده می‌گردد [۷]:

$$y = R(\lambda - \lambda_0)\cos(\varphi_0) \quad , \quad x = R(\varphi - \varphi_0) \qquad (۷)$$

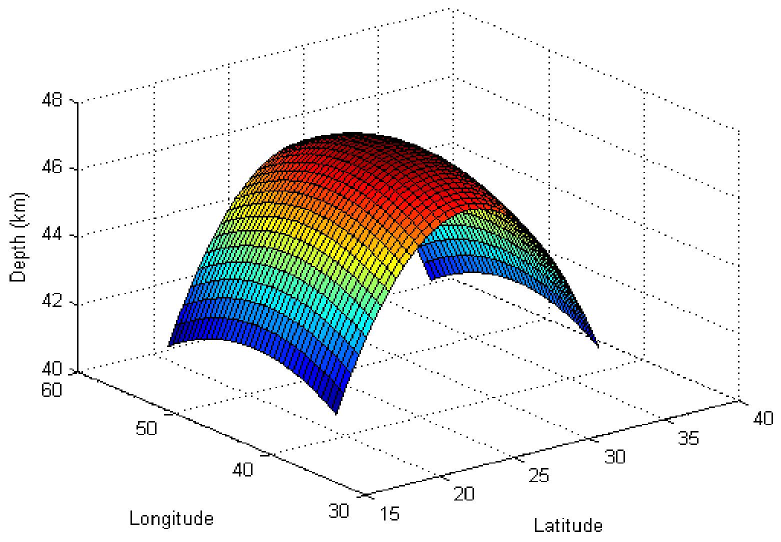
(x, y) مختصات کارتزین نقطه بر حسب کیلومتر و (λ, φ) طول و عرض نقطه بر حسب رادیان و R شعاع متوسط زمین و (λ_0, φ_0) طول و عرض مرکز شبکه‌ی مورد نظر می‌باشد. ابعاد هر سلول نیز با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta x = R\Delta\varphi \quad , \quad \Delta y = R\cos(\varphi_0)\Delta\lambda \qquad (۸)$$

$(\Delta\lambda, \Delta\varphi)$ ابعاد سلول بر حسب رادیان و $(\Delta x, \Delta y)$ ابعاد سلول بر حسب کیلومتر هستند. چگالی همه‌ی منشورها ۴۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب و عمق مرجع نیز ۴۵ کیلومتر در نظر گرفته شد.

۳-۲- بازسازی مدل مصنوعی توسط وارون‌سازی با کالوکیشن کمترین مربعات

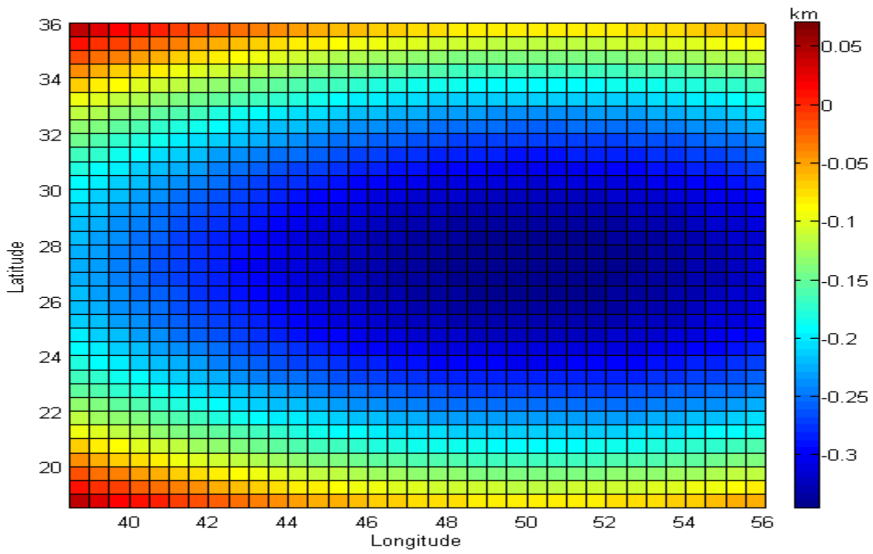
بعد از تولید آنومالی حاصل از داده‌های مصنوعی، با وارون‌سازی آنها مطابق روش کالوکیشن کمترین مربعات، مدل مصنوعی دوباره برآورد می‌گردد. در این حالت، با توجه به اینکه داده‌ها طی یک مرحله مستقیم توسط یک مدل مصنوعی معلوم تولید شده‌اند، انتظار می‌رود که نتیجه‌ی حاصل از وارون‌سازی آنها منطبق بر مدل مصنوعی اولیه باشد. نتیجه‌ی این وارون‌سازی بعد از فرآیند کالوکیشن کمترین مربعات مطابق شکل زیر نقشه‌ی عمق ناپیوستگی است.



شکل ۳. مدل بازسازی شده‌ی حاصل از وارون‌سازی آنومالی‌های شبیه‌سازی شده

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، تئوری وارون‌سازی با روش کالوکیشن کمترین مربعات به منظور محاسبه‌ی مرز ناپیوستگی در داخل زمین در تقریب صفحه‌ای ارائه گردید. تابعک آنومالی جاذبه حاصل از ناپیوستگی درون زمین در تقریب صفحه‌ای یک تابعک غیر خطی است. در این تحقیق پس از خطی‌سازی این تابعک، با انجام فرآیند شبیه‌سازی، با وارون‌سازی کالوکیشن کمترین مربعات یک نقشه‌ی عمق ناپیوستگی به دست آمد. اختلاف این نقشه و مدل مصنوعی مطابق شکل (۴) در بسیاری از سلول‌ها صفر و در بقیه‌ی سلول‌ها نزدیک صفر است. این نتیجه درست بودن مدل ریاضی و صحت وارون‌سازی را نشان می‌دهد. در پایان پیشنهاد می‌شود که موضوع حاضر برای حالتی که اختلاف چگالی‌های بین لایه-های مدل مقدار ثابتی نباشد مورد بررسی قرار گیرد. همچنین محاسبات انجام گرفته، با داده‌های گرانی واقعی تکرار و نتایج حاصل، با نتایج این مطالعه مقایسه گردد.



شکل (۴). اختلاف نتایج حاصل از وارون‌سازی آنومالی‌های بوگه و مدل مصنوعی

۵- ضمیمه: فرآیند خطی‌سازی تابعک آنومالی جاذبه‌ی حاصل از ناپیوستگی درون زمین

تابعک رابطه‌ی زیر نسبت به عمق ناپیوستگی غیر خطی است.

$$\Delta g(x',y',0)=G\Delta\rho\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+Z^2(x,y)}}-\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+H^2}}\right)dxdy$$

برای خطی‌سازی رابطه‌ی فوق با در نظر گرفتن $r^2=(x-x')^2+(y-y')^2$ داریم:

$$\Delta g(x',y',0)=G\Delta\rho\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[(r^2+Z^2)^{-1/2}-(r^2+H^2)^{-1/2}\right]dxdy \tag{۸}$$

حال خطی‌سازی ترم دارای مؤلفه‌ی Z با در نظر گرفتن شرط‌های $Z=H+\varepsilon$ و $\varepsilon<<H$ انجام می‌شود:

$$(r^2+Z^2)^{-1/2}=(r^2+\varepsilon^2+H^2+2\varepsilon H)^{-1/2}$$

$$=(r^2+H^2+2\varepsilon H)^{-1/2}=(r^2+H^2)^{-1/2}(1+\frac{2\varepsilon H}{r^2+H^2})^{-1/2}$$

می‌دانیم که $(1\pm x)^{-m}\cong 1\mp mx$ می‌باشد بنابراین:

$$(r^2+H^2)^{-1/2}(1-\frac{1}{2}\frac{2\varepsilon H}{r^2+H^2})=(r^2+H^2)^{-1/2}(1-\frac{\varepsilon H}{r^2+H^2})$$

$$=(r^2+H^2)^{-1/2}-(\frac{(r^2+H^2)^{-1/2}\varepsilon H}{r^2+H^2})=(r^2+H^2)^{-1/2}-\varepsilon H(r^2+H^2)^{-3/2}$$

با جایگذاری نتیجه‌ی محاسبات فوق در رابطه‌ی (۸) تابعک خطی‌سازی شده به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\Delta g(x',y',0)=G\Delta\rho\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[(r^2+H^2)^{-1/2}-\varepsilon H(r^2+H^2)^{-3/2}-(r^2+H^2)^{-1/2}\right]dxdy$$

$$\Delta g(x',y',0)=G\Delta\rho\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\varepsilon H}{((x-x')^2+(y-y')^2+H^2)^{3/2}}\right)dxdy$$

مراجع

[1] S. Hosseinzadeh, “Estimation of Moho depth in Iran by combination of gravity and seismic data”, MSc Thesis, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), 2012, (In Persian).

[2] A. Motasharreie, “Development of the crust model for Iranian plateau using Bouguer anomaly extracted from EGM2008 geopotential model”, Journal of the Earth & Space Physics, Vol. 40, No. 3, 2014, (In Persian).

[3] O. Ochoa and A. Velasco and A. Servin, “Towards a fast, practical alternative to joint inversion of multiple datasets: Model fusion”, Journal of Uncertain Systems, 5(1), 119-136.

[4] R. Barzaghi and A. Gandino and F. Sanso and C. Zenucchini, “The collocation approach to the inversion of gravity data”, Journal of Geophysical Prospecting 40, 429451, 1992.

[5] I. Prutkin and A. Saleh, “Gravity and magnetic data inversion for 3D topography of the Moho discontinuity in the northern Red Sea area”, Journal of Geodynamics, Egypt, 47, 237-245, 2009.

[6] M. Mousavi, “Application of reproducing kernel Hilbert space in approximation theory”, MSc Thesis, Department of mathematics, University of Zanjan, 2014, (In Persian).

[7] P. Vanicek and E. J. Krakiwsky, *Geodesy: The Concepts*. Netherlands: Elsevier Science Publisher, 1986.

Determination of Density Discontinuities inside the Earth from Gravity Anomaly Data in Planar Approximation Using Least Squares Collocation Method

Ghorbanlou, V. *[1], Abbasi, M. [2]

1- Geodesy MSc student, Surveying Engineering Department, University of Zanjan

2- Assistant professor, Surveying Engineering Department, University of Zanjan

Abstract

Gravity data inversion is used for detection of density discontinuities inside the Earth. In this paper we used the least squares collocation method for gravity data inversion. In order to investigate the theoretical aspects of this inversion method, we assumed a two layer Earth model in planar approximation. Each layer has constant density. In this method the gravity observations and the density contrast are known and the unknown parameter is the depth of discontinuity in different points. The gravity anomalies are computed with forward gravity modelling of simulated discontinuity. For the inversion of these data we first linearized the functional of gravity anomaly generated from discontinuity. Then, the least squares collocation method is applied for the inversion. The results show negligible differences between assumed discontinuity and the computed one. The theory of this method now is ready for the inversion of real gravity data.

Keywords: Least Squares Collocation, Inverse Gravimetric Problem, Discontinuity Boundary, Reproducing Kernel.

Correspondence Address: Surveying Engineering Department, University of Zanjan, P. O. Box: 45371-38791 Zanjan, Iran.

Tel: +98 24 33052468.

Email: *vghorbanlou@znu.ac.ir*