The 1st National Conference on
Geospatial Information Technology

K.N.Toosi University of Technology
Faculty of Geomatics Engineering

19 - 20 January 2016

اولین کنفرانس مهندسی فناوری اطلاعات مکانی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی نقشه‌برداری
۲۹ و ۳۰ دی ماه ۱۳۹۴

مدل‌سازی محلی میدان ثقل با استفاده از توابع پایه شعاعی و به کمک الگوریتم لونبرگ-مارکواردت بهبود یافته

محبوبه محمدیوسفی بهلولی احمدی[1*]، عبدالرضا صفری[2] ، آناهیتا شهبازی [3]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران
۲- دانشیار دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی، دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکده‌های فنی دانشگاه تهران

چکیده :

توابع پایه شعاعی به عنوان یکی از روش‌های متداول برای مدل‌سازی محلی و جهانی میدان ثقل زمین استفاده می‌شوند. این توابع بر روی کره متعامد نیستند و این موضوع باعث پیچیدگی مسئله می‌شود. در این مقاله از کرنل دو قطبی شعاعی به منظور مدل‌سازی محلی میدان ثقل استفاده شده است. برای این منظور معادلات مشاهداتی با استفاده از داده‌های آنومالی جاذبه تشکیل شده و مقادیر پارامترهای مجهول توابع پایه شعاعی به کمک تکنیک کمترین مربعات به دست می‌آیند. پارامترهای مجهول مسئله شامل تعداد، مکان، عمق (پهنای باند) و ضرایب مقیاس توابع پایه شعاعی به طور همزمان توسط الگوریتم تکراری لونبرگ-مارکواردت تعیین می‌شود. در این مطالعه به منظور افزایش کارایی این الگوریتم روشی جدید برای تعیین مقدار اولیه پارامتر پایدارسازی و به هنگام‌سازی آن ارائه شده است. با اعمال تغییرات انجام شده در این الگوریتم، مجهولات مساله با تعداد تکرارهای کم و در مدت زمان کوتاه به دست می‌آیند. همچنین این تغییرات احتمال همگرایی جواب حاصل از این روش به جواب مینیمم مطلق را افزایش می‌دهد.

واژه‌های کلیدی : کره بیرهامر، کرنل چندقطبی شعاعی، مسئله معکوس غیرخطی، الگوریتم پایدارسازی

نویسنده مکاتبه کننده : محبوبه محمدیوسفی بهلولی احمدی
آدرس پستی : دانشکده مهندسی نقشهبرداری و اطلاعات مکانی، پردیس دانشکدههای فنی، دانشگاه تهران، خیابان امیرآباد شمالی، تهران، ایران
تلفن : ۰۹۱۵۹۸۴۸۷۲۲
آدرس پست الکترونیک : mmyusefi@ut.ac.ir

۱- مقدمه

روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی محلی میدان ثقل وجود دارند که از بین آن‌ها، استفاده از توابع پایه شعاعی کروی[1] (SRBF) به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد آن‌ها به روشی رایج در مدل‌سازی محلی تبدیل شده است. توابع پایه‌ی شعاعی دارای محمل شبه محلی[2] هستند و ویژگی بارز آن‌ها این است که با فاصله از مبدا به سرعت کاهش می‌یابند و به همین دلیل برای مطالعات در مقیاس محلی مناسب هستند[۱]. به هنگام مدل‌سازی میدان گرانی زمین با استفاده از توابع پایه‌ی شعاعی لازم است تا نوع کرنل، پارامترهای این توابع شامل موقعیت مراکز، عمق و ضرایب مقیاس آن‌ها و هم چنین تعداد توابع مورد نیاز در مدل‌سازی را تعیین کرد[۲].

در این تحقیق، مدل سازی محلی میدان ثقل در منطقه‌ی فارس ساحلی با استفاده از داده های شتاب جاذبی موجود در این منطقه بررسی شده است. برای تعیین پارامترهای مجهول توابع پایه‌ی شعاعی از الگوریتم پایدارسازی لونبرگ-مارکواردت استفاده می‌شود[۳، ۴، ۵، ۶]. به منظور افزایش کارایی عددی الگوریتم لونبرگ- مارکواردت در حل مساله‌ی مدل سازی میدان ثقل، این الگوریتم را با ارائه‌ی رابطه‌ای برای تعیین مقدار اولیه‌ی پارامتر پایدارسازی و هم چنین پیشنهاد روشی برای به‌هنگام سازی این پارامتر، بهبود می‌دهیم که در بخش های بعدی به‌طور مفصل در مورد آن‌ها توضیح داده می‌شود.

در ادامه، این مقاله در ۴ بخش سازماندهی شده است. در بخش (۱) میدان ثقل زمین بر حسب توابع پایه‌ی شعاعی مطرح و روش حل مساله توضیح داده شده است. در بخش (۲) الگوریتم پایدارسازی لونبرگ-مارکواردت به صورت بهبود یافته مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش (۳) به مدل‌سازی محلی میدان گرانی زمین با استفاده از کرنل چندقطبی شعاعی در منطقه‌ی خلیج فارس پرداخته شده‌است. در نهایت بخش (۴) به بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازد.

۲- میدان ثقل زمین بر حسب توابع پایه‌ی شعاعی

آنومالی جاذبه از جمله تابعک‌های خطی میدان ثقل زمین است که به کرات در مدل‌سازی‌های محلی میدان مورد استفاده قرار گرفته و بر حسب توابع پایه شعاعی به صورت زیر نشان داده شده است [۷].

$$\Delta g(x_i)=\frac{GM}{R}\sum_{n=1}^{N}\alpha_i[\frac{-\partial}{\partial|x_i|}(\Psi(x_i,y_i))-\frac{2}{|x_i|}\Psi(x_i,y_i)] \qquad (۱)$$

در رابطه‌ی (۱)، x_i نقطه‌ی ارزیابی آنومالی جاذبه، y_n مرکز تابع پایه‌ی شعاعی، α_n ضرایب مقیاس بسط توابع پایه‌ی شعاعی، N تعداد توابع پایه، R شعاع کره بیرهامر و GM حاصل‌ضرب ثابت جهانی نیوتن در جرم زمین است. بدین ترتیب، هدف از مدل‌سازی محلی میدان ثقل، تعیین مراکز، عمق‌ها و ضرایب مقیاس توابع پایه شعاعی با استفاده از تعداد مشخصی از تابعک‌های خطی میدان گرانی زمین است.

[1] Spherical radial basis function
[2] Quasi-local support

۳- بهبود الگوریتم پایدارسازی لونبرگ-مارکواردت

در مسائل معکوس غیرخطی هدف از استفاده از الگوریتم‌های پایدارسازی به صورت تکراری رسیدن به جواب مینیمم مطلق مسئله است. لذا انتخاب صحیح پارامتر پایدارسازی به منظور افزایش سرعت همگرایی به جواب مینیمم مطلق و جلوگیری از ناپایداری سیستم معادلات مشاهداتی امری ضروری است[۸].

برای افزایش کارایی عددی الگوریتم لونبرگ-مارکواردت می‌توان این الگوریتم را بر حسب مقدار اولیه‌ی پارامتر پایدارسازی و روش به‌هنگام سازی آن بهبود بخشید.

روش سنتی تعیین مقدار اولیه پارامتر پایدارسازی در الگوریتم لونبرگ-مارکواردت بدین صورت است که این پارامتر برابر با یک عدد ثابت در نظر گرفته می‌شود. به منظور دستیابی به یک سیستم معادلات مشاهداتی پایدار، رابطه (۲) برای تعیین مقدار اولیه پارامتر پایدارسازی بر اساس مقادیر اولیه پارامترهای توابع پایه شعاعی کروی پیشنهاد شده است.

$$\mu = \mu_0 \max\left(diag\left(J(x_0)^T J(x_0)\right)\right) \tag{۲}$$

در رابطه‌ی فوق، μ پارامتر پایدارسازی، $J(x_0)$ ماتریس ژاکوبین ارزیابی شده به ازای مقادیر اولیه‌ی پارامترهای توابع پایه شعاعی کروی x_0 و μ_0 یک ضریب ثابت دلخواه است. در الگوریتم لونبرگ- مارکواردت، مقدار پارامتر پایدارسازی در هر مرحله بر رفتار سیستم معادلات مشاهداتی تأثیر می‌گذارد. به همین دلیل، در این تحقیق روشی مناسب برای به‌هنگام سازی پارامتر پایدارسازی ارائه می‌شود. در روش سنتی به هنگام سازی پارامتر پایدارسازی الگوریتم لونبرگ-مارکواردت ابتدا یک ضریب ثابت دلخواه در نظر گرفته شده و در صورت کاهش خطای خروجی در هر تکرار، پارامتر پایدارسازی با تقسیم بر این ضریب ثابت کوچک می شود. از سوی دیگر در صورت افزایش خطای خروجی در تکرار مورد نظر پارامتر پایدارسازی با ضرب شدن در همان ضریب ثابت در نظر گرفته شده بزرگ می‌شود. در این تحقیق به منظور بهبود عملکرد الگوریتم پایدارسازی، مقادیر پارامتر پایدارسازی در هرتکرار بر مبنای مقادیر پارامترهای توابع پایه شعاعی کروی در همان تکرار به هنگام شدند. بر اساس روش به هنگام سازی ارائه شده، اگر خطای خروجی در یک تکرار کاهش یابد، پارامتر پایدارسازی با استفاده از رابطه زیر به هنگام می‌شود. در این روش پارامتر ρ به صورت یک عدد ثابت در نظر گرفته می‌شود[۹].

$$\mu_{k+1} = \mu_k \times \max[\beta_0, 1-(2\times P_k - 1)^3] \tag{۳}$$

$$\rho_k = \alpha_0$$

در رابطه بالا β_0 و α_0 اعدادی ثابت هستند که توسط کاربر تعیین می‌شوند و ρ_k با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شود[۹].

$$P_k = \frac{e(x_k) - e(x_{k-1})}{\sigma_k^2} \tag{۴}$$

در رابطه‌ی بالا، $e(x_k)$ مجموع مربعات باقیمانده‌ها، و σ_k^2 مجموع تغییرات پارامترها و باقیمانده‌ها است که به صورت زیر تعریف می‌شود[۹].

$$\sigma_k{}^2 = 2\Delta x_k{}^T \left(\mu \Delta x_k + J\left(x_k\right)^T r\left(x_k\right)\right) \tag{۵}$$

در صورت افزایش خطای خروجی در یک تکرار، پارامتر پایدارسازی به ترتیب زیر به‌هنگام می‌شود[۹].

$$\mu_{k+1} = \mu_k \rho_k \quad \text{و} \quad \rho_{k+1} = \alpha_0 \rho_k \tag{۶}$$

۴- مطالعه موردی: منطقه‌ی فارس ساحلی

به منظور مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین، منطقه‌ی فارس ساحلی در محدوده‌ی طول جغرافیایی $53.42 < \lambda < 55.58$ و عرض جغرافیایی $26.54 < \varphi < 27.28$ در نظر گرفته شد. مجموعه داده‌های این منطقه شامل مشاهدات شتاب گرانی در ۶۳۵۰ نقطه است که از بین آن‌ها تعداد ۱۰۶ نقطه به عنوان نقطه‌ی کنترل انتخاب شد. علاوه بر این، از ۴ نقطه‌ی GPS/Leveling موجود در این منطقه به عنوان نقاط کنترل ارتفاعی برای ارزیابی دقت مدل ژئوئید محاسبه شده، استفاده شده است. ابتدا با کم کردن شتاب گرانی نرمال از مشاهدات شتاب جاذبه، آنومالی جاذبه در نقاط مشاهداتی و نقاط کنترل این منطقه بدست آمد[۱۰]. سپس، مشاهدات آنومالی جاذبه با اعمال تصحیح هوای آزاد به داده‌های آنومالی جاذبه‌ی هوای آزاد تبدیل شدند[۱۱]. برای محلی سازی مشاهدات، اثر جهانی میدان به دست آمده از هارمونیک‌های کروی تا درجه و مرتبه ۳۶۰ با استفاده از مدل EGM2008 از روی مشاهدات حذف شد. بدین ترتیب، مشاهدات آنومالی جاذبه هوای آزاد باقیمانده برای مدل‌سازی محلی میدان گرانی در منطقه‌ی فارس ساحلی به دست آمد.

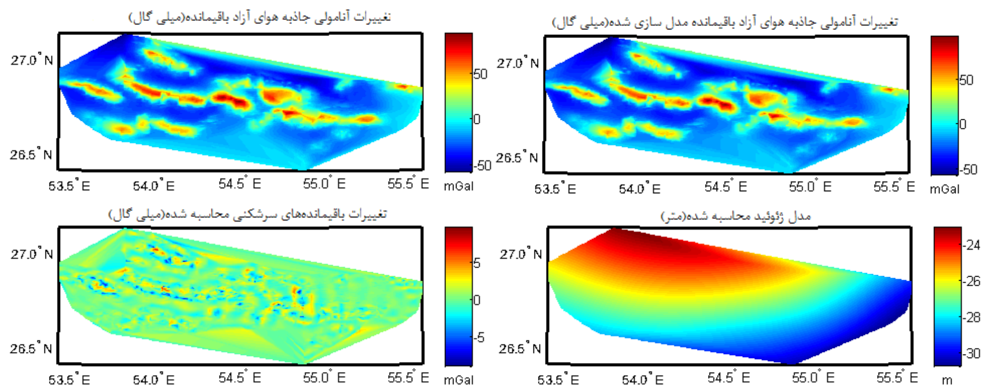
در این تحقیق از کرنل دوقطبی شعاعی به منظور مدل‌سازی محلی میدان ثقل استفاده شده است. برای تعیین پارامترهای توابع پایه‌ی شعاعی، ابتدا ۱۶۹ تابع پایه در یک شبکه‌ی گرید منظم چیده شدند. سپس عمق اولیه‌ی این توابع به صورت تجربی مشخص شد. بدین ترتیب با تعیین موقعیت اولیه‌ی مراکز و عمق RBFها، ضرایب مقیاس اولیه‌ی آن‌ها از طریق سرشکنی کمترین مربعات خطی تعیین شد. پس از تعیین مقادیر اولیه‌ی مجهولات، پارامترهای توابع پایه‌ی شعاعی با تشکیل سیستم معادلات مشاهداتی براساس مشاهدات آنومالی جاذبه‌ی هوای آزاد باقیمانده با استفاده از الگوریتم لونبرگ مارکواردت بهبود یافته طی یک پروسه‌ی تکراری بهینه‌سازی شدند. پس از برآورد مقادیر بهینه‌ی پارامترهای توابع پایه شعاعی، آنومالی جاذبه‌ی هوای آزاد باقیمانده در نقاط مشاهداتی محاسبه شد. باقیمانده‌های سرشکنی به صورت تفاضل بین آنومالی جاذبه‌ی هوای آزاد باقی‌مانده‌ی مشاهده شده و مدل‌سازی شده به دست آمدند. به منظور بررسی عملکرد کرنل دوقطبی شعاعی در محاسبه‌ی مدل ژئوئید، دقت ارتفاعات ژئوئید در۴ نقطه‌ی GPS/Leveling بررسی شد. با جمع آنومالی پتانسیل جهانی محاسبه شده با استفاده از هارمونیک‌های کروی و آنومالی پتانسیل باقیمانده‌ی محاسبه شده با استفاده از توابع پایه‌ی شعاعی و استفاده از فرمول برنز در میدان نرمال سومیگلیانا-پزتی [۱۲]، ارتفاع شبه ژئوئید در این نقاط کنترل ارتفاعی به دست آمد. سپس با اعمال تصحیح شبه ژئوئید (اختلاف بین سطوح ژئوئید و شبه ژئوئید)، ارتفاع ژئوئید در این نقاط اندازه‌گیری شد[۱۳]. نتایج حاصل از این محاسبات بصورت آماری در جدول (۱) آورده شده است. با توجه به این جدول، دقت‌های موردنظر در مدل‌سازی پس از

۲۰ تکرار الگوریتم به دست آمد. این تعداد تکرارهـای کـم ناشـی از اعمـال بهبودهـای پیشـنهاد شـده بـرای الگـوریتم لونبرگ-مارکواردت بر حسب تغییر پارامتر پایدارسازی آن است که به همگرا شدن هرچه سـریع‌تـر جـواب مسـئله بـه جواب بهینه کمک می‌کند. علاوه بر این، مدل‌سازی محلی میدان ثقل تنها با استفاده از ۱۶۹ کرنل صـورت گرفـت کـه معادل ۲/۷ درصد تعداد مشاهدات است و این موضوع نشان دهنده‌ی سرعت بالای انجام محاسبات است.

جدول ۱. نتایج به دست آمده با استفاده از کرنل چند قطبی شعاعی

	عمق توابع پایه‌ی شعاعی (کیلومتر)	تعداد توابع پایه‌ی شعاعی	تکرار	مینیمم	ماکزیمم	میانگین	انحراف معیار
آنومالی جاذبه‌ی هوای آزاد باقیمانده مدل‌سازی شده در نقاط مشاهده (میلی گال)	18.75	169	۲۰	-۹.۵۷	۹.۹۲	۰.۰۰۱	۱.۴۵
ارتفاع زئوئید محاسبه شده در نقاط GPS/Levelling (متر)	18.75	169	۲۰	۰.۰۳۶	۰.۳۳۱	۰.۱۴۷	۰.۱۲۷

در شکل (۱)، تغییرات آنومالی جاذبه هوای آزاد باقیمانده، تغییـرات آنومـالی جاذبـه هـوای آزاد باقیمانـده مـدل شـده، تغییرات باقیمانده سرشکنی و ژئوئید به دست آمده از توابع پایه شعاعی نشان داده شده است.



شکل ۱. نتایج به دست آمده از داده‌های آنومالی جاذبه هوای آزاد با استفاده از توابع پایه شعاعی و الگوریتم بهبود یافته لونبرگ-مارکواردت

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق برای مدل‌سازی محلی میدان ثقل زمین با استفاده از داده‌های شتاب گرانی در منطقه‌ی فـارس سـاحلی از کرنل دوقطبی شعاعی استفاده شد. در این مساله پارامترهای توابع شامل مراکز، عمق‌ها و ضرایب مقیاس به‌طور هـم-زمان به روش کمترین مربعات و با استفاده از الگوریتم غیرخطی لونبرگ مارکواردت طـی یـک فراینـد تکـراری تعیـین

شدند. به منظور بهبود این الگوریتم تکراری، مقدار اولیه پارامتر پایدارسازی برحسب ماتریس ژاکوبین تابع مورد ارزیابی، به دست آمد. همچنین با ارائه روشی مناسب به‌هنگام سازی پارامتر پایدارسازی کارایی عددی الگوریتم لونبرگ-مارکواردت افزایش داده شد. نتایج جدول (۱) نشان می‌دهد که اعمال این تغییرات در الگوریتم باعث تسریع در همگرایی به جواب مینیمم مطلق مساله و همچنین حل این مساله در تعداد تکرار کم و مدت زمان کوتاه است. به طور خلاصه نکات برجسته این تحقیق عبارتند از:

- کاهش تعداد توابع پایه‌ی شعاعی مورد نیاز برای مدل‌سازی میدان گرانی زمین در مقایسه با تعداد مشاهدات موجود در منطقه،
- حل هم زمان پارامترهای مجهول توابع پایه‌ی شعاعی با استفاده از الگوریتم پایدارسازی غیرخطی لونبرگ-مارکواردت،
- ارائه‌ی رابطه‌ای مناسب برای تعیین مقدار اولیه‌ی پارامتر پایدارسازی در الگوریتم لونبرگ- مارکواردت،
- ارائه‌ی روشی مناسب برای به‌هنگام سازی پارامتر پایدارسازی در الگوریتم لونبرگ مارکواردت بر مبنای مقادیر پارامترهای مجهول مدل‌سازی در هر تکرار

مراجع

[1] M. Lin,H. Denker, J. Müller, "Regional gravity field modeling by radially Radially Optimized Point Masses: Case Studies with Synthetic Data", Springer, pp. 1-7, 2015.

[2] T. Wittwer, "regional gravity field modelling with radial basis functions", TU Delft: Doctoral dissertation, 2009.

[3] M. Antoni, W. Keller and M. Weigelt, "Recovery of Residual GRACE-Observations by Radial Base Functions", Geodetic Institute, University of Stuttgart, 2008.

[4] M. Weigelt, M. Antoni and W. Keller, "Regional Gravity Field Recovery from GRACE Using Position Optimized Radial Base Functions. Gravity, Geoid and Earth Observation", International Association of Geodesy Symposia 135, 139-146, 2010.

[5] A. Safari, I. Foroughi, M. Sharifi, modeling: "local gravity field modeling with radial basis functions, case study: gravity field in persian gulf", vol. 3, no. 39, pp. 48-33, 2013 (prasian).

[6] I. Foroughi, R. Tenzer, "Assessment of the direct inversion scheme for the quasigeoid modeling based on applying the Levenberg–Marquardt algorithm", Applied Geomatics, vol. 6, no. 3, pp. 171-180, 2014.

[7] H. Moritz, *Advanced Physical Geodesy*. Wells Kent, Abacus Press Tunbridge, 1980.

[8] A. Araneda, "Variation of the Levenberg Marquardt method:An attemp to improve efficiency", Massachusette Institude of technology, 2004.

[9] H. Gavin, "The Levenberg-Marquardt method for nonlinear least squares curve-fitting problems", Duke University: Department of Civil and Environmental Engineering, pp. 1-15, 2011.

[10] W. A. Heiskanen, M. Moritz, "Physical geodesy", Bulletin Géodésique, vol. 86, no. 1, pp. 491-492, 1967.

[11] A. Safari, *Physical of Geodesy*, Tehran University Press, 2011 (persian).

[12] A. A. Ardalan, E. W. Grafarend, "Ellipsoidal geoidal undulations (ellipsoidal Bruns formula)," Journal of Geodesy, vol. 75, no. 9-10, pp. 544-552, 2001.

[13] W. Featherstone, J. Kirby, "Estimates of the separation between the Geoid and the Quasi-Geoid over austrolia", Geomatics Research Australasia, pp. 79-90, 1998.

Local gravity field modeling using radial basis functions and modefied Levenberg-Marcoardet Algorithm

Mahboobeh Mohammad Yusefi Bahlouli Ahmadi[3]*, Abdolreza Safari[2,] Anahita shahbazi[3]

[1]M.Sc. Student of Geodesy, Department of Surveying and Geomatics Engineering, University College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.
[2]Associate Professor, Department of Surveying and Geomatics Engineering, University College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.
[3]M.Sc. Student of Geodesy, Department of Surveying and Geomatics Engineering, University College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

Abstract

Application of Radial Basis Functions (RBFs) could be regarded as one of the most common approaches in local and global gravity field modeling. Base functions are usually not orthogonal on a sphere, which makes the modelling process more complex. In this study, RBFs were used to approximate the Earth's gravity field in a local scale. The system of observation equations is set based on the free air gravity anomaly and the unknown RBF parameters are determined by using a least-squares technique. For this aim, the Levenberg-Marquardt algorithm is utilized to simultaneously compute the number, horizontal positions, depths, and scaling coefficients of the RBFs. In order to enhance the efficiency of the Levenberg-Marquardt algorithm, a new formula and scheme are proposed to respectively determine the initial value and updates of the regularization parameter. By applying these changes in this algorithm, the unknown problems is obtained with fewer repetitions and in a short time. In addition, these changes could increase the possibility of convergence between the obtained results and the absolute minimum answer.

Key words: Bjerhammer sphere**,** radial multipole kernel, nonlinear inverse problem, regularization algorithm.

*Correspondence Address: Department of Surveying and Geomatics Engineering, University College of Engineering, University of Tehran, North Amirabad Avenue, Tehran, Iran. Tel: 0098-915-984-8722.
Email: mmyusefi@ut.ac.ir