

معرفی تلفیق طیفی اسلپین کروی و بررسی آن بر روی مدل‌های جهانی و منطقه‌ای یونسفری

حسین اعتمادفرد^{۱*}، مسعود مشهدی حسینعلی^۲

۱- دانشجوی دکتری مهندسی نقشه برداری، گروه ژئودزی دانشکده نقشه برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲- دانشیار گروه ژئودزی دانشکده نقشه برداری دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

چکیده:

یکی از مشکلات حاکم بر مدل‌های یونسفری موجود، عدم تعامل و فقدان قابلیت ترکیب بین مدل‌هاست. این تحقیق به بررسی نحوه برهمکنش بین مدل‌های جهانی و منطقه‌ای یونسفری مبتنی بر توابع پایه ریاضی پرداخته است. از آنجایی که توابع پایه اسلپین کروی قابلیت تعریف بر روی کل کره (مدل جهانی) و بخش از کره (مدل منطقه‌ای) را دارند، مبنای تلفیق طیفی قرار گرفته‌اند. دو دسته توابع پایه اسلپین کروی با ضرایب مختلف برای تلفیق طیفی (ترکیب مدل‌ها) مفروض هستند. ضرایب یک دسته که مربوط به مدلسازی با داده‌های منطقه‌ای (مدلسازی مستقیم) است؛ از مدلسازی توسط ایستگاه‌های محلی بدست آمده‌اند. دسته دیگر حاصل از ضرایب هارمونیک‌های کروی ویا تبدیل یافته مدل هارمونیک کروی به اسلپین کروی (مدلسازی غیرمستقیم) در یک زیرفضای مکانی برابر با دسته اول است.

به منظور پیاده‌سازی تئوری تلفیق طیفی، درجه و مرتبه بیشینه مطابق با محصولات یونسفری سرویس‌های بین‌المللی برابر با ۱۵ در نظر گرفته شده‌است. محدوده جغرافیایی مطالعاتی نیز محدوده قطب شمال فرض شده‌است؛ که تقریباً عرض‌های جغرافیایی بالاتر از ۶۰ درجه را به صورت کلاهک کروی پوشش می‌دهد. فرآیند درستی آزمایشی با مشاهدات گیرنده‌های دو فرکانسه ۳ ایستگاه مشاهداتی که در مدلسازی جهانی و مستقیم حضور نداشته‌اند، انجام شده است. ریشه میانگین مربعات خطاهای حاصل از درستی‌آزمایی برای مدل‌های جهانی، غیرمستقیم، مستقیم و تلفیقی به ترتیب، ۰.۳/۷، ۰.۲/۲، ۱/۹ و ۱/۴ TECU می‌باشد. به عبارت دیگر، نتایج تلفیق طیفی مدل‌های مستقیم و غیرمستقیم نشان از صحت بیشتر این نوع مدلسازی دارد.

واژه‌های کلیدی: تلفیق طیفی، اسلپین کروی، یونسفر.



۱- مقدمه

معمولا مدل‌های متعددی برای رفتار یک پدیده طبیعی معرفی می‌شوند. این مدل‌ها می‌توانند مبتنی بر مکانیزم‌های فیزیکی، مشاهدات روابط تجربی و یا مدل‌های صرفا ریاضی باشند. یکی از مشکلات حاکم بر مدل‌های موجود، عدم تعامل و فقدان قابلیت ترکیب بین مدل‌هاست. به عبارت دیگر نمی‌توان از ترکیب مدل‌های موجود به مدلی مناسب‌تر برای تخمین رفتار پدیده‌ها رسید.

برخی از مدل‌های فیزیکی تنها با پاره‌ای از مشاهدات ورودی مدلسازی انجام می‌دهند و قابلیت استفاده از دیگر مدل‌ها را ندارند. از طرف دیگر مدل‌های تجربی با داده‌های ویژه و در بازه‌های زمانی خاصی مورد اعتماد هستند. مضاف بر دو دسته فوق مدل‌های ریاضی نیز صرفا بر اساس تعریف توابع پایه شکل می‌گیرند؛ که تنوع در توابع پایه آنها، احتمال ترکیب و تلفیق بین آنها را کاهش می‌دهد. در ضمن موارد فوق را می‌توان به مدل‌های جهانی و منطقه‌ای نیز تقسیم بندی کرد. در این صورت تعامل و ترکیب مدل‌ها روند پیچیده‌تری را می‌گیرد. در این تحقیق بررسی نحوه برهمکنش بین مدل‌های جهانی و منطقه‌ای مبتنی بر توابع پایه ریاضی مورد توجه قرار گرفته است.

به منظور بررسی دقیق‌تر، در این تحقیق به رفتار یونسفر به عنوان لایه بسیار مهم در مطالعات جوی پرداخته شده است. یونسفر به عنوان لایه‌ای از اتمسفر با الکترون‌های آزاد، شناخته می‌شود. این لایه از ارتفاع ۷۰ کیلومتری سطح زمین شروع و تقریبا تا ۱۰۰۰ کیلومتری آن ادامه می‌یابد. مدلسازی رفتار این لایه به دلیل تاثیر زیاد بر روی مشاهدات سیستم‌های تعیین موقعیت ماهواره‌ای از اهمیت بسیاری برخوردار است. به همین دلیل مدل‌های یونسفری زیادی تولید، پیش‌بینی و عرضه می‌شوند.

همانند دسته‌بندی فوق، این مدل‌ها نیز معمولا به سه دسته فیزیکی، تجربی و ریاضی تقسیم‌بندی می‌شوند؛ که می‌توان برای هر یک نمونه‌هایی را ذکر کرد. به دلیل نبود فضای قیاس و مبنای یکسان، بدون شک ترکیب مدل‌های یونسفری با مبناهای متفاوت ممکن نیست. به عنوان مثال نمی‌توان مدلی تجربی را با مدلی فیزیکی ترکیب کرد. از طرف دیگر حتی در مدل‌های ریاضی هم امکان ترکیب وجود ندارد. به عنوان مثال نمی‌توان مدل مبتنی بر توابع پایه هارمونیک کروی را با مدل ایجاد شده براساس توابع پایه مثلثاتی کروی ترکیب کرد؛ چرا که توابع پایه هارمونیک‌های کروی جواب حاصل از حل معادله لاپلاس روی کره است؛ در حالی که توابع کروی این خاصیت را ندارند. نمونه مذکور یکی از بهترین نمونه‌هایی است که توابع پایه قرابت مبنایی ظاهری بسیار زیادی با هم داشته ولی بازهم قابلیت ترکیب ندارند.

این تحقیق به دنبال بررسی امکان ترکیب دو مدل ریاضی جهانی و مدل ریاضی منطقه‌ای است. تنها ترکیب دو مدل در فضایی ممکن است که مبنای توابع یکی باشند. اینجاست که بایستی به دنبال توابعی بود که ویژگی تعریف جهانی و منطقه‌ای را در خود داشته باشند. تئوری تمرکز مکان طیفی به صورت بهینه در منطقه مدنظر بر روی سیگنال‌های با باند طیفی محدود تعریف شده است. این تئوری می‌تواند فضای مناسبی جهت ترکیب توابع پایه مدل‌های جهانی و منطقه‌ای فراهم نماید. اولین مطالب در تعریف تئوری تمرکز طیفی توسط دیوید اسلپین^۱ و همکاران در طی سال‌های ۶۱ تا ۷۸ به صورت مجموعه مقالاتی منتشر شد [۱، ۲، ۳ و ۴]. این مجموعه مقالات به بررسی مساله تمرکز طیفی در یک بعد پرداخته‌اند. در مطالعات اخیر در این زمینه سیمونز و همکاران در سال ۲۰۰۶ تئوری اسلپین را برای هارمونیک‌های کروی باند محدود بسط دادند [۵، ۶ و ۷].

در این تحقیق دو دسته توابع اسلپین کروی با ضرایب مختلف برای تلفیق طیفی (ترکیب مدل‌ها) مفروض هستند. ضرایب یک دسته، مربوط به مدلسازی با داده‌های منطقه‌ای است. جزئیات این روش و نحوه مدلسازی آن در مقاله‌ای

¹ Slepian



تحت عنوان اسلپین کرووی به عنوان یک روش جدید جهت مدلسازی یونسفر در قطب شمال آمده است [۸]. دسته دیگر حاصل از ضرایب هارمونیک‌های کرووی ویا تبدیل یافته مدل هارمونیک کرووی به اسلپین در یک زیرفضای مکانی برابر با دسته اول است [۹]. این دسته را می‌توان از مدل‌های هارمونیک کرووی موجود که توسط سرویس‌های بین‌المللی در اختیار کاربران قرار می‌گیرند، محاسبه کرد. این پژوهش تلفیق طیفی این دو مدل با ضرایب مختلف را پیشنهاد می‌دهد که به نام تلفیق طیفی اسلپین کرووی معرفی می‌شود. تئوری و روش انجام تلفیق طیفی اسلپین کرووی برای نخستین بار در این تحقیق معرفی و مورد بررسی قرار گرفته است.

در بخش دوم این تحقیق ابتدا به معرفی دو روش مدلسازی برای توابع پایه اسلپین پرداخته و سپس روش ترکیب آنها توضیح داده می‌شود. بخش سوم به پیاده‌سازی این روش در ناحیه قطب شمال به عنوان مورد مطالعاتی اختصاص داشته و در آخر هم جمع‌بندی و نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲- تئوری مسئله

اینجا ابتدا تعریف تئوری اسلپین کرووی مورد بحث قرار گرفته و سپس روش‌های محاسبه ضرایب مربوط به توابع اسلپین کرووی آورده می‌شود. در زیربخش ۱-۲ نحوه محاسبه توابع پایه اسلپین کرووی از توابع هارمونیک کرووی مورد تعریف قرار می‌گیرد. در ادامه چگونگی برآورد ضرایب نظیر آنها از ضرایب هارمونیک کرووی مدل‌های جهانی بررسی می‌شود. در اینجا این نوع مدلسازی را مدلسازی غیر مستقیم می‌نامیم. در زیربخش ۲-۲ به مدلسازی یونسفر با توابع پایه اسلپین کرووی و مشاهدات GPS دو فرکانسه پرداخته می‌شود. در این تحقیق این روش را مدلسازی مستقیم نامگذاری کرده‌ایم. زیربخش ۳-۲ نیز به روش تلفیق طیفی بین این دو مدل اختصاص داده شده است.

۲-۱- مدل اسلپین از توابع هارمونیک کرووی:

در اینجا توابع هارمونیک کرووی و ضرایب آن به عنوان گام نخست کار قرار می‌گیرند. توابع هارمونیک کرووی ترکیبی از بسط سری فوریه روی طول جغرافیایی و تابع لژاندر روی عرض جغرافیایی به عنوان توابع پایه متعامد روی سطح کره شناخته شده هستند. بیان ریاضی مولفه قائم محتوای کلی الکترونی^۲ (VTEC) با استفاده از توابع هارمونیک کرووی به شکل زیر می‌باشد [۱، ۲، ۳ و ۴]:

$$VTEC(\theta_{IPP}, \lambda_{IPP}) = \sum_{l=0}^K \sum_{m=-l}^l \psi_{lm} Y_{lm}(\theta_{IPP}, \lambda_{IPP}) \quad (1)$$

در اینجا θ_{IPP} و λ_{IPP} به ترتیب برابر با متمم عرض و طول جغرافیایی نقطه نفوذ در لایه یونسفر^۳ سیگنال ماهواره، l ، m و K به ترتیب درجه، مرتبه و بیشترین تعداد درجات هارمونیک، ψ_{lm} ضرایب هارمونیک و Y_{lm} توابع هارمونیک کرووی است که به شکل زیر است:

$$Y_{lm}(\theta_{IPP}, \lambda_{IPP}) = \begin{cases} \sqrt{2} X_{lm}(\theta_{IPP}) \cos(m\lambda_{IPP}) & \text{if } 0 < m \leq l \\ X_{l0}(\theta_{IPP}) & \text{if } m = 0 \\ \sqrt{2} X_{lm}(\theta_{IPP}) \sin(m\lambda_{IPP}) & \text{if } -l \leq m < 0 \end{cases} \quad (1-2)$$

² Vertical Total Electron Content (VTEC)

³ Ionospheric Pierce Point



$$X_{lm}(\theta_{IPP}) = \left(\frac{2l+1}{4\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{(l-m)!}{(l+m)!} \right]^{1/2} P_{lm}(\mu) \quad (2-2)$$

$$P_{lm}(\mu) = \frac{1}{2^l l!} (1-\mu^2)^{m/2} \left(\frac{d}{d\mu} \right)^{l-m} (1-\mu)^l \quad (3-2)$$

در اینجا P_{lm} تابع لژاندر است. مبنای تعریف توابع پایه هارمونیک کروی بر روی سطح کره اجازه نوشتن رابطه زیر را می‌دهد:

$$\int_{\Omega} Y_{lm} Y_{l'm'} d\Omega = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (3)$$

اینجا δ دلتای کرونگر، Ω سطح کره و $d\Omega$ المان سطحی انتگرالگیری می‌باشند. از آنجایی که رابطه (۳) فقط و فقط بر روی تمامی سطح کره صدق می‌کند، قطعاً توابع مربوط به هارمونیک‌های کروی روی بخشی از کره متعامد نیستند. حال مسئله اینست که بایستی به دنبال متعامد کردن توابع و بهینه کردن تمرکز آنها در سطح منطقه مدنظر بود. بدین منظور تئوری اسلپین می‌تواند کارگشا باشد. تئوری اسلپین به دنبال به حداقل رساندن انرژی یک سیگنال بیرون منطقه مدنظر و یا به عبارت دیگر ماکزیمم کردن انرژی سیگنال‌های داخل منطقه مذکور است. این تئوری توسط سیمونز بر روی هارمونیک‌های کروی بدینگونه بیان شد که نسبت انرژی بر روی بخشی از سطح کره به انرژی بر روی کل کره ماکزیمم شود [۵]. بر اساس تعاریف، این تئوری اینگونه فرموله می‌شود [۸]:

$$\lambda = \frac{\|VTEC(\theta_{IPP}, \lambda_{IPP})\|_R^2}{\|VTEC(\theta_{IPP}, \lambda_{IPP})\|_{\Omega}^2} = \frac{\int_R VTEC^2(\theta_{IPP}, \lambda_{IPP}) d\Omega}{\int_{\Omega} VTEC^2(\theta_{IPP}, \lambda_{IPP}) d\Omega} = \max. \quad (4)$$

در اینجا R سطح منطقه مدنظر و بر مبنای نسبت فوق $0 < \lambda < 1$ می‌باشند. که البته با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\lambda = \frac{\sum_{l=0}^K \sum_{m=-l}^l \psi_{lm} \sum_{l'=0}^K \sum_{m'=-l'}^{l'} D_{lm,l'm'} \psi_{l'm'}}{\sum_{l=0}^K \sum_{m=-l}^l \psi_{lm}^2} \quad (5)$$

در اینجا می‌توان گفت:

$$D_{lm,l'm'} = \int_R Y_{lm} Y_{l'm'} d\Omega \quad (6)$$

رابطه (۶) را می‌توان به گونه‌ای دیگر از رابطه (۳) استخراج کرد. ماتریس \mathbf{D} ماتریسی با ابعاد $(l+1)^2 \times (l+1)^2$ می‌باشد. البته لازم به ذکر است که اگر رابطه فوق به صورت ماتریسی نوشته شود، می‌توان همان مسئله جبری مقادیر ویژه را استخراج کرد [۵]. یعنی:

$$\lambda \psi = \mathbf{D} \psi \quad (7)$$



از این پس به دنبال شیوه محاسبه ماتریس \mathbf{D} خواهیم بود. ماتریس \mathbf{D} را می توان به زیرماتریس هایی به شکل رابطه زیر تقسیم کرد [۵].

$$\mathbf{D} = \text{diag} \{ \mathbf{D}_0, \mathbf{D}_1, \mathbf{D}_1, \dots, \mathbf{D}_K, \mathbf{D}_K \} \quad (8)$$

در این رابطه \mathbf{D}_0 نشاندهنده محاسبه \mathbf{D}^{l_0, l'_0} است. یعنی محاسبه ماتریس \mathbf{D} در حالتی که مرتبه آن صفر است. به منظور محاسبه رابطه (۶) و رابطه (۲-۲) خواهیم داشت [۵]:

$$X_{lm}(\theta_{pp}) X_{l'm}(\theta_{pp}) = (-1)^n \sum_{n=|l-l'|}^{l+l'} \sqrt{\frac{(2n+1)(2l+1)(2l'+1)}{4\pi}} \times \begin{pmatrix} l & n & l' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l & n & l' \\ m & 0 & -m \end{pmatrix} X_{n0}(\theta_{pp}) \quad (9)$$

در این رابطه آرایه های فوق نماد ویگنر^۳ z هستند [۱۰]. پس از محاسبه ماتریس \mathbf{D}_m بایستی آنرا به مقادیر و بردارهای ویژه تبدیل کرد:

$$\mathbf{D}_m = \mathbf{V}_m \mathbf{\Lambda}_m \mathbf{V}_m^{-1} \quad (10)$$

در این رابطه \mathbf{V}_m بردارهای ویژه و $\mathbf{\Lambda}_m$ مقادیر ویژه برای مرتبه m در درجات از m تا l می باشد. حال می توان با استفاده از بردارهای ویژه بدست آمده، توابع پایه اسلپین را در منطقه مدنظر ساخت [۸]:

$$S_{jm} = \mathbf{V}_{jm}^T \mathbf{Y}_{:m} \quad (11)$$

همچنین به روش مشابه می توان ضرایب این توابع پایه جدید را محاسبه کرد [۸]:

$$\Psi_{jm} = \mathbf{V}_{jm}^{-1} \psi_{:m} \quad (12)$$

۲-۲- مدل اسلپین از مشاهدات مستقیم

در این بخش بایستی ضرایب متناسب با هر یک از توابع پایه بدست آمده از رابطه (۱۱) با استفاده از مشاهدات برآورد شود. به عبارت دیگر بایستی مدل مشاهده را ساخته و ضرایب مجهول را بدست آوریم. از آنجایی که مشاهدات در این تحقیق بر اساس مشاهدات دو فرکانسه GPS استخراج شده، در گام نخست بایستی مشاهدات را از فایل های خام مشاهداتی فراخوانی و به صورت زیر برای ورود در معادلات مشاهدات آماده شوند [۱۱]:

$$STEC_p = \frac{f_1^2 (P_1 - P_2 - B_i - B^p)}{40.3 \left(\frac{f_1^2}{f_2^2} - 1 \right)} \quad (13)$$

$$STEC_L = \frac{f_1^2 (\lambda_1 L_1 - \lambda_2 L_2 - \lambda_1 N_1 + \lambda_2 N_2 - b_i - b^p)}{40.3 \left(\frac{f_1^2}{f_2^2} - 1 \right)} \quad (14)$$



در اینجا P_1 و P_2 مشاهدات کد، L_1 و L_2 مشاهدات فاز حامل، λ_1 و λ_2 به ترتیب طول موج مربوط به فرکانس‌های $f_1 = 1575.42 \text{ MHz}$ و $f_2 = 1127.60 \text{ MHz}$ و همچنین b_r و b^s بایاس‌های دستگاهی گیرنده و ماهواره در مشاهدات فاز حامل، B_r و B^s بایاس‌های دستگاهی گیرنده و ماهواره در مشاهدات کد و در آخر $STEC_L$ و $STEC_P$ محتوای الکترونی کل مسیر سیر سیگنال می‌باشند. از آنجایی که در رابطه (۱۴) اعداد ابهام فاز هر دو طول موج، N_1 و N_2 مشخص نیستند به تبع آن مقدار حاصل از رابطه (۱۴) بایاس داشته و قابل اعتماد نخواهد بود. به همین دلیل از این رابطه برای نرم کردن مقادیر حاصل از رابطه (۱۳) استفاده می‌شود. به منظور نرم‌سازی ابتدا بایستی اختلاف بین دو مقدار روابط (۱۳) و (۱۴) در هر اپک محاسبه شده، سپس بروی یک بازه زمانی کوتاه (به عنوان مثال نیم ساعت) از این اختلاف میانگین‌گیری کرده و در آخر مقدار حاصل را به مقادیر رابطه (۱۴) اضافه می‌کنیم. در ادامه روابط محاسبات فوق آمده است [۱۲].

$$\Delta STEC_i = STEC_{P,i} - STEC_{L,i} \quad (15)$$

$$\Delta STEC_M = \frac{\sum_{i=1}^M \Delta STEC_i}{M} \quad (16)$$

$$STEC_{smooth} = STEC_L + \Delta STEC_M \quad (17)$$

پس از آماده شدن مقادیر مشاهدات بایستی آنها در راستای عمود بر کره واحد (که قرار است مشاهدات بر روی آن تصویر شوند) تصویر شوند که برای این منظور از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$VTEC = \cos(z) \times STEC_{smooth} \quad (18)$$

در اینجا z زاویه ارتفاعی بین امتداد عمود در نقطه نفوذ در لایه یونسفر بر روی کره واحد تا امتداد ماهواره و گیرنده است. پس از مهیا کردن مشاهدات بایستی آنها را در مدل مشاهده زیر گذاشته و به روش کمترین مربعات حل کنیم:

$$\mathbf{L} = \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (19)$$

در اینجا \mathbf{L} ماتریس مشاهدات $VTEC$ ، \mathbf{X} ماتریس ضرایب مجهول توابع اسلپین گروهی و \mathbf{A} ماتریس ساختار می‌باشند. لازم به ذکر است که بایستی در سرشکنی به روش کمترین مربعات، ماتریس وزن مشاهدات نیز وارد شود. این ماتریس از اعمال قانون انتشار خطاها بر روی روابط ۱۳ تا ۱۸ بدست می‌آید.

۲-۳- تلفیق طیفی اسلپین گروهی

در این قسمت بایستی دو مدل غیر مستقیم و مستقیم حاصل از روابط فوق تلفیق شوند. نکته حائز اهمیت در این تلفیق طیفی، مشابه بودن توابع پایه این دو دسته است. به منظور تلفیق طیفی این دو دسته مدل ضرایب نظیر به نظیر مدل‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\overline{VTEC}(\theta, \lambda) = \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j \Psi_j^1 + \beta_j \Psi_j^2 \right) S_j(\theta, \lambda) \quad (20)$$



در اینجا Ψ_j^1 ضرایب اسلپین کرووی مدل غیر مستقیم، Ψ_j^2 ضرایب اسلپین کرووی مدل مستقیم می‌باشند. n تعداد توابع پایه اسلپین کرووی استفاده شده و $S_j(\theta, \lambda)$ توابع اسلپین کرووی است. α_j و β_j ضرایب مربوط به ترکیب طیفی هستند که به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\alpha_j = \frac{\sigma_{j,1}^2}{\sigma_{j,1}^2 + \sigma_{j,2}^2}, \quad \beta_j = \frac{\sigma_{j,2}^2}{\sigma_{j,1}^2 + \sigma_{j,2}^2} \quad (21)$$

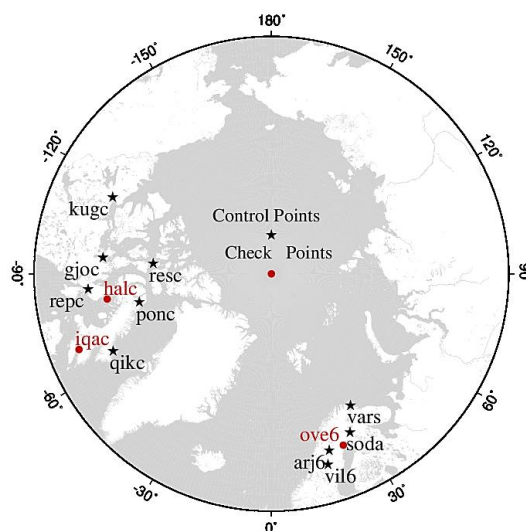
در اینجا $\sigma_{j,1}^2$ و $\sigma_{j,2}^2$ به ترتیب واریانس ضرایب مدل غیر مستقیم و مستقیم هستند. واریانس ضرایب مدل غیرمستقیم از اعمال قانون انتشار خطاها بر روی دقت ضرایب هارمونیک کرووی بدست خواهد آمد. واریانس ضرایب مدل مستقیم نیز از ماتریس واریانس کوواریانس سرشکنی کمترین مربعات مربوطه، قابل حصول است.

۳- پیاده‌سازی

به منظور پیاده‌سازی روش‌های ذکر شده در این تحقیق بایستی ابتدا منطقه مطالعاتی و بیشینه درجه و مرتبه هارمونیک‌های کرووی مدنظر را تعیین کرد. بیشینه درجه و مرتبه مطابق با محصولات یونسفری IGS برابر با ۱۵ در نظر گرفته شده است. محدوده جغرافیایی مطالعاتی نیز محدوده قطب شمال فرض شده است؛ که تقریباً عرض‌های جغرافیایی بالاتر از ۶۰ درجه را به صورت کلاهک کرووی پوشش می‌دهد. بر اساس این منطقه و تعداد هارمونیک‌های کرووی توابع پایه اسلپین کرووی با رابطه (۱۱) ساخته می‌شوند.

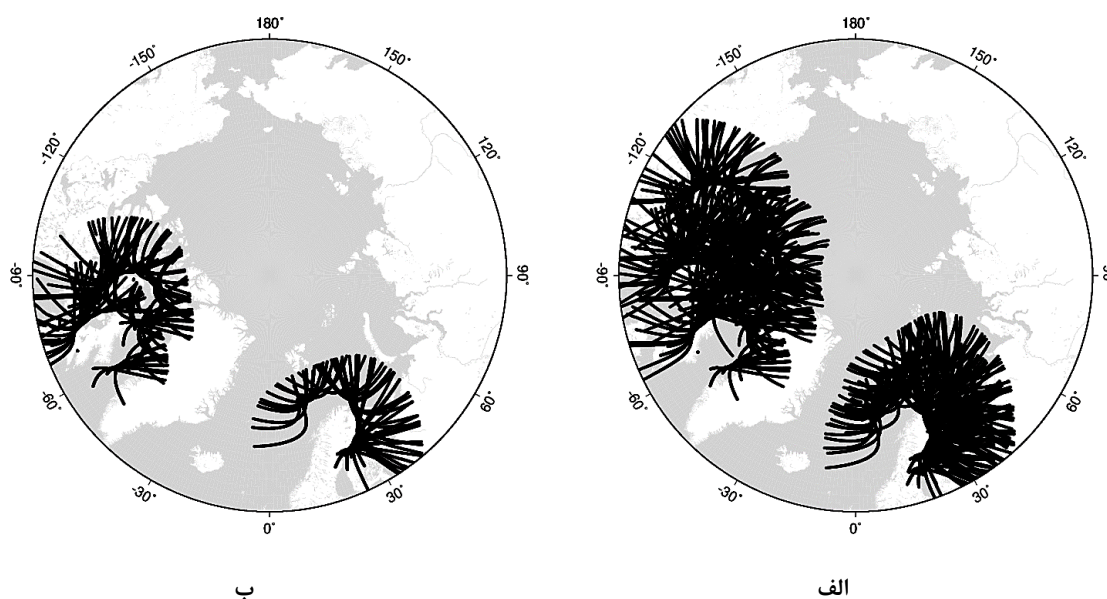
در ادامه ضرایب هارمونیک کرووی با قدرت تفکیک ۱ ساعته برای روز اول دسامبر ۲۰۱۵، از وب سرویس CODE (<ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE/2015/>) دانلود شده است. سپس از ضرایب هارمونیک کرووی موجود استفاده کرده و با کمک رابطه (۱۲) ضرایب نظیر توابع اسلپین کرووی ساخته می‌شوند. البته لازم به ذکر است که دقت ضرایب فوق با استفاده از قانون انتشار خطاها بایستی محاسبه شود. این دقت‌ها در قسمت ترکیب طیفی به کار می‌رود.

از آنجایی که این تحقیق به دنبال بررسی تلفیق طیفی اسلپین کرووی دو مدل مختلف بوده است، مشاهدات ایستگاه‌های شبکه‌های منطقه‌ای شمال اروپا (<http://www.epncb.oma.be/networkdata/stationlist.php>) و بخش شمالی کانادا (<http://chain.physics.unb.ca/chain/pages/stations/>) در روز یاد شده برای مدلسازی مستقیم مورد استفاده قرار گرفته است. در شکل (۱) موقعیت جغرافیایی این ایستگاه‌ها نشان داده شده است.



شکل ۱- موقعیت جغرافیایی نقاط مورداستفاده در مدلسازی مستقیم

در شکل فوق دو دسته ایستگاه مشاهداتی معرفی شده‌اند. دسته اول که به نام نقاط کنترل نشان داده شده‌اند و برای مدل‌سازی مستقیم به کار رفته‌اند. دسته دیگر (نقاط چک) ایستگاه‌هایی هستند که برای راستی آزمایی مدل‌ها و همچنین تلفیق طیفی پیشنهادی، به کار می‌رود. مورد بسیار مهم در گزینش این ایستگاه‌ها عدم حضور آنها در مدل‌سازی مدل‌های جهانی است. شکل (۲) درک بهتری از نحوه انتخاب ایستگاه‌های کنترل و چک را بدست می‌دهد. در این شکل نقاط نفوذ در لایه یونسفر برای دو دسته ایستگاه آورده شده است. بر اساس این شکل می‌توان دید که مشاهدات یک ایستگاه در قسمت شمال اروپا و دو ایستگاه در شمال کانادا معیارهای نسبتاً منطقی (با توجه به وضع موجود) برای ارزیابی نتایج می‌باشند.

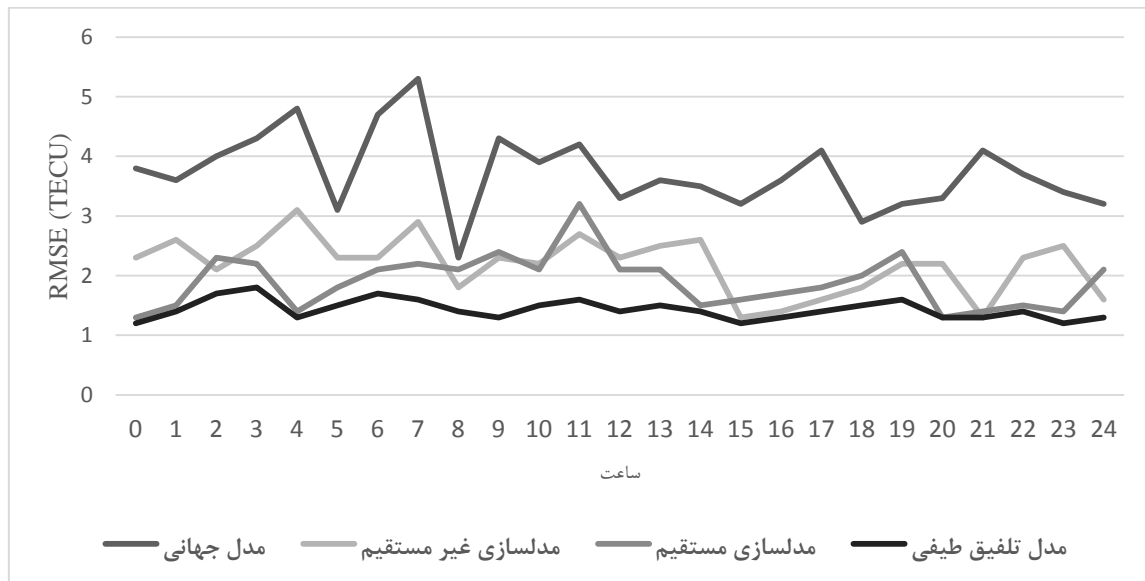


شکل ۲- موقعیت مکانی نقاط نفوذ یونسفری (الف: ایستگاه‌های کنترل و (ب: ایستگاه‌های چک

پس از فرآیند نرم‌سازی مشاهدات گیرنده‌های ۱۰ ایستگاه کنترل مذکور، تصویر در راستای قائم آنها با رابطه (۱۸) محاسبه شده و آنها برای ورود به دستگاه معادلات مشاهدات آماده شوند. سپس با استفاده از تکنیک کمترین مربعات ضرایب توابع اسلپین کرولی محاسبه می‌شود. دقت ضرایب محاسبه شده نیز یکی دیگر از خروجی‌های فرآیند کمترین مربعات است که در بخش ترکیب طیفی به کار گرفته می‌شوند.

همانطور که در بالا آورده شده بود، جهت درستی آزمایی مدل‌سازی از مشاهدات ایستگاه‌های نقاط چک استفاده شده است. این تحقیق به دنبال بررسی چگونگی تلفیق طیفی بوده است؛ به همین دلیل فرآیند درستی آزمایی بر روی مدل‌های جهانی، بهبودیافته جهانی (مدل غیرمستقیم)، مستقیم و همچنین تلفیقی انجام شده است. بدین منظور مختصات نقاط نفوذ یونسفری مشاهدات هر ۳ ایستگاه در چهار مدل وارد شد. مقدار VTEC محاسبه شده از آنها با مقدار مشاهداتی نظیر آن نقاط نفوذ مقایسه شده و به صورت ریشه میانگین مربعات خطاها^۵ برای هر بازه یک ساعته محاسبه شده است. شکل زیر مقادیر این کمیت را نشان می‌دهد.

⁵ Root Mean Square Error



شکل ۳- مقادیر RMSE برای مدل‌های جهانی، غیرمستقیم، مستقیم و تلفیقی در روز اول دسامبر سال ۲۰۱۵

با توجه با شکل فوق می‌توان دریافت که مدل جهانی عملکرد نامناسبی در مناطق قطبی دارد. همچنین همانطور که در شکل (۳) دیده می‌شود در برخی ساعات عملکرد مدل غیر مستقیم از مدل مستقیم بهتر است. به عبارت دیگر بر اساس نتایج حاصل از نقاط چک، مدل غیر مستقیم خطای کمتری در مدلسازی دارد. البته در سایر موارد مدلسازی مستقیم درستی بیشتری دارد. رویهمرفته میانگین RMSE در طول این بازه زمانی به ترتیب برای مدل غیرمستقیم و مستقیم برابر با ۲/۲ و ۱/۹ TECU^۶ می‌باشد.

علاوه بر موارد فوق در شکل (۳) دیده می‌شود که میزان خطای مدلسازی در حالتی که تلفیق طیفی انجام می‌شود تقریباً از دو مدل فوق‌الذکر کمتر است. نکته دیگر که در شکل دیده می‌شود خطای نسبتاً یکسان مدلسازی در کل بازه زمانی مطالعاتی است. میزان میانگین RMSE در کل بازه مطالعاتی عددی برابر با ۱/۴ TECU است. این امر نشان دهنده کارایی تلفیق طیفی در مورد مطالعاتی این تحقیق است.

۴- نتایج و پیشنهاد

این تحقیق برای اولین بار چالش ترکیب مدل‌های منطقه‌ای و جهانی را مورد بررسی قرار داد. به این منظور مدل‌های جهانی یونسفری را که بر مبنای توابع پایه هارمونیک هستند با مدل منطقه‌ای با توابع پایه اسلپین کروی در منطقه کلاهدک کروی قطب شمال تلفیق طیفی انجام شد. بر اساس مقایسه مدل‌های جهانی، مدلسازی غیرمستقیم و مستقیم در منطقه مطالعاتی، مشخص شد که مدل‌های جهانی کارکرد مناسبی ندارند. علاوه بر این، دیده شد که هیچ کدام از دو مدل مستقیم و غیر مستقیم برتری مطلق در کل بازه زمانی مدنظر ندارند. میانگین RMSE مدل‌های مستقیم و غیر مستقیم برای کل بازه زمانی به ترتیب مقادیر ۱/۹ و ۲/۲ TECU بدست آمده‌اند. در آخر نتایج تلفیق طیفی مدل‌های مستقیم و غیرمستقیم نشان از صحت بیشتر مدلسازی داشت. به طوری RMSE حاصل از این تلفیق طیفی برابر با ۱/۴ TECU محاسبه شده است.

همانطور که در بالا آورده شده بود، این تحقیق تنها به دنبال بررسی چگونگی امکان تلفیق طیفی دو مدل منطقه‌ای و جهانی بر روی مورد مطالعاتی خاصی بوده است. به منظور بررسی عمیق‌تر در تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود که از

^۶ Total Electron Content Unit



توزیع ایستگاه‌های بیشتری در مناطق مطالعاتی استفاده شود. همچنین بازه زمانی بلندتری مورد مطالعه قرار بگیرد؛ چرا که امکان حضور تمامی پدیده‌های یونسفری در آن دیده شود.

مراجع

- [1] D. Slepian, and H. O. Pollak, "Prolate Spheroidal Wave functions Fourier Analysis and Uncertainty I.", Bell Syst. Tech. J. 40, 1, 43–63, 1961.
- [2] D. Slepian, and E. Sonnenblick, "Eigenvalues associated with prolate spheroidal wave functions of zero order", Bell Syst. Tech. J., 44, pp. 1745–1759, 1965.
- [3] D. Slepian, "On Bandwidth.", Proceedings of the IEEE 64, 3, 1976.
- [4] D. Slepian, "Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty V: The Discrete Case", Bell Syst. Tech. J. 57, 2, 1371–1430, 1978.
- [5] F. J. Simons, F. A. Dahlen, and M. A. Wieczorek, "Spatiospectral Concentration on a Sphere", SIAM Review 48, 3 (January), 504–536, 2006.
- [6] F. J. Simons, J. C. Hawthorne, and C. D. Beggan, "Efficient analysis and representation of geophysical processes using localized spherical basis functions", In Wavelets XIII, V. K. Goyal, M. Papadakis, and D. Van De Ville, Eds. Vol. 7446. SPIE, San Diego, CA, USA, 74460G15, 2009.
- [7] F. J. Simons, "Slepian functions and their use in signal estimation and spectral analysis", Handbook of Geomathematics, Eds. Thomas Sonar, Zuhair M. Nashed, and Willi Freeden. Heidelberg, Germany: Springer, 891-923, 2010.
- [8] H. Etemadfard, M. M. Hossainali, "Spherical Slepian as a New Method for Ionospheric Modeling in Arctic Region", Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, under review, 2015.
- [9] H. Etemadfard, M. M. Hossainali, "Application of Slepian Theory for Improving the Accuracy of Global Ionosphere Models in the Arctic Region", J. Geophys. Res. Space Physics, 120, 2015.
- [10] D. L. Donoho, P. B. Stark, "Uncertainty principles and signal recovery", SIAM J. Appl. Math., 49, pp. 906-931, 1989.
- [11] X. Liao, "Carrier Phase Based Ionosphere Recovery over a Regional Area GPS Network", UCGE Reports, Number 20143, The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada, 2000.
- [12] X. Liao, Y. Gao, "High-Precision ionosphere TEC Recovery Using a Regional Area GPS Network", Navigation, Vol. 48, No. 2, 101-111, 2001.



Introduction of Spherical Slepian Spectral Combination and Its Investigation on Global and Regional Ionospheric Models

Etemadfar, H. ^{*1}, Hossainali, M. M. ²

1- PhD. Student, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology

2- Associate Professor in Geodesy, Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K. N. Toosi University of Technology

Abstract

Lack of interaction and capability of combination between ionospheric models are important problems among them. This study has investigated the interaction between global and regional ionospheric models which are based on the base functions. Here, spherical Slepian base functions have been suggested for spectral combination. They can be defined in global and regional scales. Two sets of coefficient were assumed for spherical Slepian base function. One set (direct model) is extracted from the direct observation of GPS stations. Another set (indirect model) is derived from spherical harmonic products of Global Ionosphere Models (GIMs). GIM's coe been modified on a sub-space which is equal to pervious set.

Maximum degree has considered equal to 15 for implementation of spherical Slepian spectral combination theory. Also, the Arctic region has been taken as study area where is the spherical cap by latitude upper than 60 degrees. Observation of three GPS stations are used for evaluation of models. They have not contributed for direct and indirect modelling. Root Mean Square of Errors (RMSEs) for GIMs, direct, indirect and combination models are equal to 3.7, 2.2, 1.9, 1.4 TECU, respectively. In the other words, results show that combination method have improved the ionospheric modelling here.

Keywords: Spectral Combination, Spherical Slepian, Ionosphere.

Correspondence Address: No. 1346, ValiAsr Street, Mirdamad cross, Geomatics Engineering Faculty, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran. **Tel: +98 21 88786212.**

Email: hossein_etemadfar@yahoo.com