



مقایسه روش‌های کاهش نویز شتاب حاصل از مشاهدات GPS در ثقل‌سنجی هوایی

محسن فیضی^۱، یزدان عامریان^{۲*}

^۱دانشجوی کارشناسی ارشد ژئودزی دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی
^۲استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین‌طوسی

چکیده:

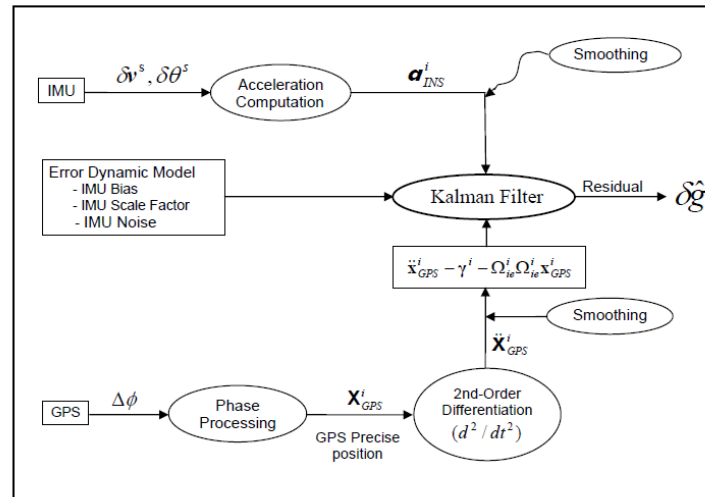
در ثقل‌سنجی هوایی از ترکیب داده‌های سیستم تعیین موقعیت جهانی (GPS) و سیستم ناوبری اینرسی (INS) برای تعیین شتاب ثقل زمین استفاده می‌شود. مشاهدات GPS آلوده به نویز می‌باشد. سیگنال شتاب GPS از دو بار مشتق‌گیری عددی از سیگنال موقعیت GPS بدست می‌آید که بعد از مشتق‌گیری، نویز ناشی از اندازه‌گیری دستگاه در سیگنال همچنان باقی مانده و حتی تشدید می‌شود. در این مقاله به بررسی روش کاهش نویز سیگنال شتاب GPS با استفاده از فیلتر دیجیتال پرداخته می‌شود. در این مقاله یک فیلتر دیجیتال پایین‌گذر طراحی شده و با استفاده از آن سیگنال شتاب GPS نرم شده و نویز آن کاهش داده شده است. نتایج این روش با نتایج حاصل از روش استفاده از B-spline جهت نرم‌سازی شتاب سیگنال GPS مقایسه می‌شود. روش B-spline قبلاً بر روی داده‌های مورد استفاده در این مقاله اعمال شده و شتاب ثقل با دقت یک میلی‌گال حاصل شده است. این مقایسه، صحت روش فیلتر دیجیتال را تأیید می‌نماید. از فیلتر دیجیتال می‌توان در حذف نویز دستگاهی از سیگنال شتاب INS نیز استفاده نمود. به این ترتیب می‌توان از INS ارزان‌تر (دارای نویز بیشتر) به جای INS گران‌تر (دارای نویز کمتر) در ترکیب با GPS استفاده کرد. با توجه به سهولت و کاهش زمان محاسبات فیلتر دیجیتال نسبت به روش موجک B-spline، می‌توان فیلتر دیجیتال را به عنوان ابزاری کارآمد که سریع بوده و موجب کاهش هزینه تهیه تجهیزات ناوبری اینرسی می‌شود، جهت کاهش نویز سیگنال GPS/INS معرفی نمود.

واژه‌های کلیدی: فیلتر دیجیتال با پاسخ ضربه محدود، B-spline، شتاب GPS، کاهش نویز سیگنال



۱- مقدمه

در ثقل‌سنجی هوایی از ترکیب GPS^1/INS^2 برای به دست آوردن شتاب ثقل زمین استفاده می‌شود که مراحل محاسباتی ثقل‌سنجی هوایی در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل ۱: مراحل محاسبه شتاب ثقل از ترکیب مشاهدات GPS/INS در ثقل‌سنجی هوایی [۶]

همان‌طور که در شکل (۱) ملاحظه می‌شود، شتاب ثقل زمین حاصل تفاضل شتاب حاصل از INS و شتاب حاصل از GPS که خود نتیجه دو بار مشتق‌گیری عددی از موقعیت GPS است، می‌باشد. سیگنال شتاب INS و GPS آلوده به نویز می‌باشند و لازم است که قبل از تفاضل‌گیری، نسبت به حذف و کاهش نویز این دو سیگنال اقدام نمود. منابع مختلف خطای GPS به مانند خطای اتمسفریک، خطای مداری، ناصحیح بودن ابهام فاز موج حامل، خطای چند مسیری و نویز دستگاهی در داده‌های موقعیت GPS، دارای تأثیرات متفاوتی بر روی شتاب حاصل از GPS می‌باشند. خطاهای با طول موج بلند به دلیل دو بار مشتق‌گیری از سیگنال موقعیت GPS، تأثیر زیادی بر روی شتاب GPS ندارد. بنابراین خطای تروپوسفر، خطای یونوسفر و همچنین خطای مداری دارای تأثیرات کوچکی بر روی شتاب GPS می‌باشند. خطاهای با طول موج کوتاه از قبیل چند مسیری و به ویژه نویز دستگاهی دارای اثر بیشتری در نویز شتاب GPS می‌باشند چرا که در روند مشتق‌گیری عددی از موقعیت GPS، تشدید شده و در سیگنال شتاب GPS باقی می‌مانند.

۲- فیلتر دیجیتال

برخلاف فیلترهای آنالوگ که روی سیگنال‌های زمان پیوسته اعمال می‌شوند، فیلترهای دیجیتال ابزاری ایده‌آل برای اعمال تغییرات بر سیگنال‌های زمان گسسته در حوزه فرکانس می‌باشند. در ثقل‌سنجی هوایی می‌توان از فیلتر دیجیتال برای اعمال تغییرات بر روی مشاهدات گسسته GPS و INS در حوزه فرکانس جهت کاهش و حذف نویز سیگنال استفاده نمود. روابط (۱) و (۲) به ترتیب تبدیل فوریه سریع^۳ سیگنال گسسته $x[n]$ از فضای زمان به فضای

¹ Global Positioning System: GPS

² Inertial Navigation System: INS

³ Fast Fourier Transform: FFT



فرکانس را که تبدیل فوریه مستقیم نامیده می‌شود و تبدیل فوریه سریع معکوس^۴ سیگنال گسسته $X[k]$ از فضای فرکانس به فضای زمان را که تبدیل فوریه معکوس نامیده می‌شود، را بیان می‌کنند.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j(2\pi/N)kn} \quad (1)$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j(2\pi/N)kn} \quad (2)$$

فیلترهای دیجیتال بر پایه سیستم‌های خطی تغییر ناپذیر^۵ می‌باشند که این سیستم‌ها به صورت خطی و مستقل از زمان بوده و به دو دسته کلی فیلترهای با پاسخ ضربه محدود^۶ و فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود^۷ تقسیم می‌شوند. در فیلتر با پاسخ ضربه محدود اگر به ورودی فیلتر تابع ضربه اعمال شود، خروجی فیلتر پس از $n = N$ نمونه صفر می‌شود. یعنی خروجی در اثر ورودی ضربه فقط برای مدت زمانی محدود مقادیر غیر صفر دارد. در فیلتر با پاسخ ضربه نامحدود اگر به ورودی فیلتر تابع ضربه اعمال شود، خروجی هیچگاه مستهلک نمی‌شود. یعنی پس از طی مدت زمانی محدود، خروجی به صفر میل نمی‌کند. انتخاب فیلتر از دو دسته، به نوع مسأله و ویژگی هر یک از این فیلترها بستگی دارد. گستره گوناگونی از فیلترهای فرکانس‌گزین را که دارای فرم بسته می‌باشند را می‌توان با استفاده از فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود طراحی نمود. راحتی طراحی فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود، کاهش زمان محاسبات و نیاز به حافظه کمتر از مزایای فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود در پردازش سیگنال می‌باشند. تابع تبدیل یک سیستم در واقع خروجی سیستم در اثر ورودی ضربه می‌باشد. در نتیجه تابع تبدیل فیلتر با پاسخ ضربه نامحدود، تعداد نامحدودی عنصر دارد. این نوع فیلترها را نمی‌توان از کانولوشن ورودی در تابع تبدیل ساخت چرا که در هر لحظه برابر مجموع تعداد نامحدودی جمله است و این امر عملاً در یک سیستم واقعی دیجیتال غیر قابل پیاده سازی است. راه حل ساخت فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود دیجیتال، استفاده از روابط بازگشتی است. بدین معنی که خروجی در هر لحظه علاوه بر اینکه به مقادیر ورودی در همان لحظه و لحظات قبل وابسته است، به مقادیر خروجی در لحظات قبل که قبلاً محاسبه و ذخیره شده است، بستگی پیدا می‌کند [۱]. در این مقاله از فیلتر دیجیتال پاسخ ضربه نامحدود پایین گذر نوع Butterworth جهت کاهش نویز سیگنال شتاب GPS استفاده می‌شود و جهت ارزیابی کارایی این روش، نتایج حاصل با نتایج روش استفاده از B-Spline جهت نرم سازی شتاب سیگنال GPS [۴] مقایسه می‌شود.

۳- طراحی فیلتر IIR-Butterworth

برای طراحی فیلترهای دیجیتال می‌توان از ابزار طراحی فیلترهای دیجیتال^۸ نرم‌افزار متلب^۹ استفاده کرد که قابلیت فراوانی برای طراحی فیلتر مناسب با طرح مسئله و تا حد ممکن ایده‌آل یعنی فیلتر با باند عبور و گذر بدون ریبیل^{۱۰} (نواسانات در باند عبور و باند حذف) و باند انتقال تا حد ممکن تیز^{۱۱} می‌باشد. فیلتر طراحی شده به عنوان یک نوع فیلتری که دارای ریبیل‌های کم در قسمت باند گذر و باند حذف و همچنین رفتار تیز در ناحیه باند انتقال است، باعث می‌شود فیلتر برای کاهش نویز، نزدیک به ایده‌آل عمل کند. مدل مورد استفاده در این نرم‌افزار به صورت زیر هست:

⁴ Inverse Fast Fourier Transform: IFFT

⁵ Linear Time Invariant: LTI

⁶ Finite Impulse Response: FIR

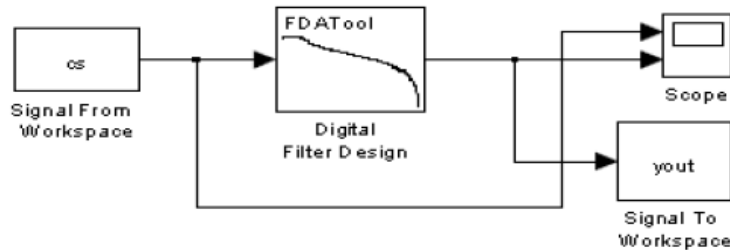
⁷ Infinite Impulse Response: IIR

⁸ FDATool

⁹ MATLAB

¹⁰ Ripple

¹¹ Sharp



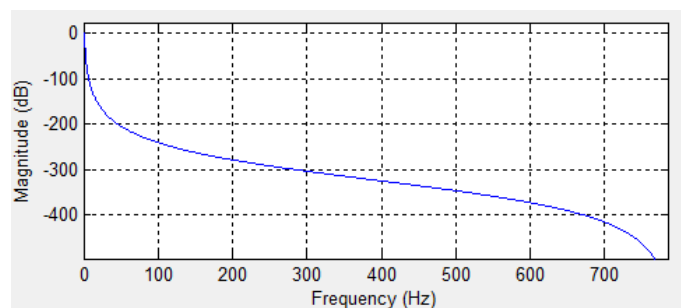
شکل ۲: مدل سیمولینک فیلتر دیجیتال جهت پالایش سیگنال

در دنیای واقعی، سیگنال‌ها به صورت آنالوگ (پیوسته) می باشند. پس قبل از هر گونه پردازش روی داده‌ها، لازم است سیگنال آنالوگ ورودی، به مقدار معادل دیجیتال تبدیل شود و پس از پردازش مقادیر دیجیتال، جواب حاصل دوباره به مقدار آنالوگ معادل تبدیل شود. در شکل (۳) بلوک دیاگرام کلی یک سیستم پردازش سیگنال دیجیتال^{۱۲} رسم شده است.



شکل ۳: بلوک دیاگرام کلی یک سیستم پردازش سیگنال دیجیتال

تابع تبدیل فیلتر IIR-Butterworth ابتدا از فضای آنالوگ به فضای دیجیتال برده شده و مورد استفاده قرار می گیرد. مشخصات فیلتر طراحی شده به این شرح است: فرکانس لبه باند حذف (جایی روی محور فرکانس که به عنوان آخرین نقطه باند عبور محسوب می گردد) برابر ۱۵۷۵ هرتز که همان فرکانس موج حامل L1 در GPS است و همچنین فرکانس برش^{۱۳} (جایی روی محور فرکانس که پاسخ ضربه به اندازه 3dB از باند عبور پایین تر باشد) برابر ۱ هرتز تعیین گردید. شکل (۴) نمودار شدت - فرکانس فیلتر را نشان می دهد. با عبور دادن سیگنال شتاب از فیلتر، سیگنال فیلتر شده می گردد. شکل (۵) نمودار صفر و قطب حاصل از این فیلتر را نشان می دهد. فیلتر طراحی شده دارای ۶ عدد قطب و ۶ عدد صفر که روی هم قرار گرفته اند، می باشد. هرچه قطب‌ها روی کره واحد و صفرها در مرکز کره قرار گیرند، فیلتر پایدارتر خواهد بود. شکل (۶) نمودار پاسخ ضربه فیلتر طراحی شده و شکل (۷) نمودار فاز- فرکانس فیلتر طراحی شده را نشان می دهند. نمودار فاز- فرکانس فیلتر طراحی شده برخلاف نمودار فاز- فرکانس فیلترهای با پاسخ ضربه محدود، خطی نیست. خطی نبودن باعث ایجاد اغتشاشات فازی بر روی فیلتر می گردد اما مزایای دیگر فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود، این مسأله را پوشش می دهد.

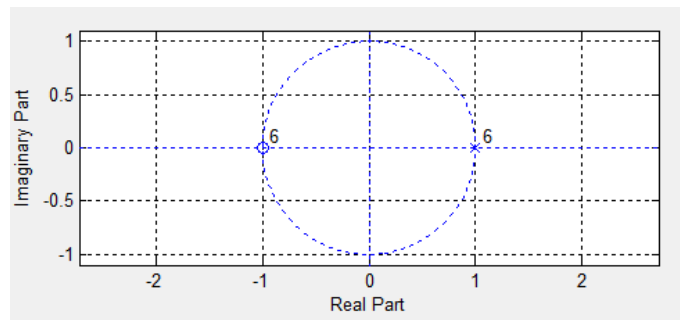


شکل ۴: نمودار شدت-فرکانس فیلتر طراحی شده برای یک فیلتر پایین گذر از نوع فیلتر دیجیتال IIR با پاسخ ضربه

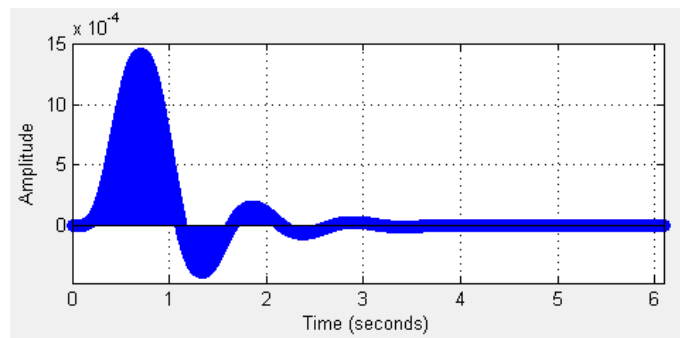
Butterworth

¹² Digital Signal Processing: DSP

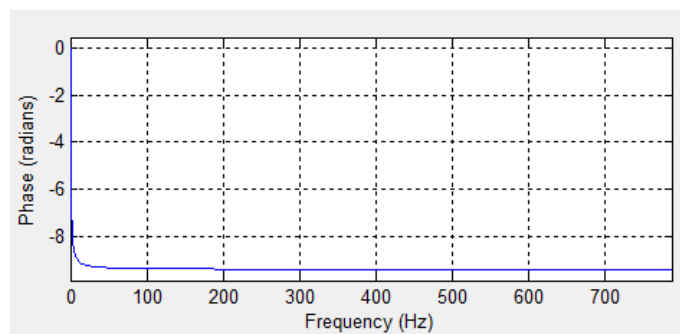
¹³ Cutoff Frequency



شکل ۵: نمودار صفر و قطب حاصل از این فیلتر طراحی شده



شکل ۶: نمودار پاسخ ضربه فیلتر طراحی شده



شکل ۷: نمودار فاز- فرکانس فیلتر طراحی شده

۴- روش B-Spline Smoothing

B-spline نوع خاصی از توابع چندجمله‌ای قطعه‌ای^{۱۴} هستند که انعطاف‌پذیری و پایداری عددی از خصوصیات مهم این توابع به شمار می‌آید. با داشتن تعداد نسبتاً کمی از توابع پایه، به اندازه کافی کامل هستند و می‌توان از وابستگی خطی تعداد زیادی از پایه‌ها صرف‌نظر نمود. ویژگی کامل بودن دسته پایه‌های B-spline، مخصوصاً برای توصیف حالت‌های پیوسته و مسائلی که در آن‌ها تمام طیف موردنیاز است، یک ویژگی ایده‌آل به شمار می‌آید. از کاربردهای B-spline می‌توان در برازش بر منحنی‌ها، نرم‌سازی منحنی یا سیگنال و مشتق‌گیری عددی اشاره کرد.

رابطه بازگشتی (۴) تابع مقیاس B-spline نرمال شده درجه d در سطح z و با انتقال k را نشان می‌دهند. مقدار اولیه این رابطه بازگشتی به صورت رابطه (۳) می‌باشد. در صورت صفر شدن مخرج هر یک از کسرهای رابطه (۴) مقدار کل کسر برابر صفر فرض می‌شود. فضای توابع مقیاس v_j دارای $K_J = 2^J + d$ تابع پایه است (بعد فضای تابعی). دنباله غیر نزولی و هم فاصله $t_0, t_1, \dots, t_{K_J+d}$ را نقاط گرهی گویند و $k=0, 1, \dots, K_J-1$ ، مقادیر انتقال تابع مقیاس در سطح J است. جهت اجتناب از

¹⁴ Piecewise Polynomial



خطای لبه‌ای در مرز داده، B-spline در بازه واحد $[0,1]$ تعریف شده و تعداد $d+1$ نقطه گرهی آخر برابر یک قرار داده می‌شود (رابطه ۵). تابع مقیاس B-spline که به طریق فوق ساخته می‌شود، از نقطه گرهی اول و آخر عبور کرده و با توجه به سطح فضای تابعی فقط در بخش از بازه $[0,1]$ مخالف صفر است. یک تابع B-spline، $\Phi_{j,k}^d(x)$ با مرتبه $k > 0$ و یک دسته از نقاط، معروف به رشته گرهی توسط رابط بازگشتی زیر تعیین می‌شود [۲]:

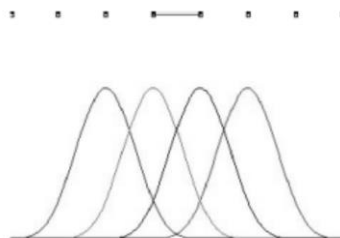
$$N_{j,k}^0(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_i \leq x < t_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$\Phi_{j,k}^d(x) = \frac{x - t_k^j}{t_{k+d}^j - t_k^j} N_{j,k}^{d-1}(x) + \frac{t_{k+d+1}^j - x}{t_{k+d+1}^j - t_{k+1}^j} N_{j,k+1}^{d-1}(x) \quad (4)$$

$$(t_0, t_1, \dots, t_{K_j+d}) = \frac{1}{2^J} \left(\underbrace{0, \dots, 0}_{d+1 \text{ times}}, 1, 2, \dots, 2^J - 1, \underbrace{2^J, \dots, 2^J}_{d+1 \text{ times}} \right) \quad (5)$$

تنها در $t_k \leq x < t_{k+d}$ غیر صفر است. با افزایش مرتبه J ، نرم‌سازی تابع افزایش می‌یابد. این ویژگی جای گزیدگی بالای بی اسپلاینها را نشان می‌دهد. نیازی به هم‌فاصله بودن گره‌ها، نیست و شکل $N(x)$ با تغییر گره‌ها، به‌طور روان تغییر می‌کند. گره‌ها نقاطی هستند که به‌طور یکنواخت یا غیریکنواخت و غیر کاهشی، روی بازی خاصی در امتداد محور x توزیع شده‌اند، یکی از مزایای B-spline آن است که برای چینش گره‌ها آزادی عمل وجود دارد. گره‌ها می‌توانند در فواصل مختلفی نسبت به یکدیگر واقع شوند و حتی می‌توانند روی یکدیگر قرار گیرند. البته با قرار گرفتن هر گره روی گره مجاور خود، درجه پیوستگی تابع اسپلاین در آن نقطه، یک واحد کاهش می‌یابد.

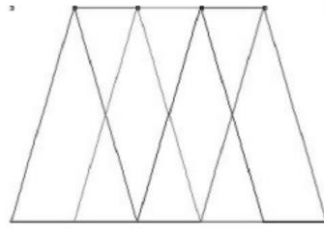
همانطور که در اشکال (۸) و (۹) ملاحظه می‌شود، با افزایش سطح فضای تابعی، محمل توابع مقیاس فشرده‌تر شده و امکان مدل‌سازی جزئیات بیشتر سیگنال (تغییرات با فرکانس بالا) فراهم می‌گردد. که در این کار مقدار سطح برابر ۲۰۰ در نظر گرفته شده است. در روش B-spline برای نرم‌سازی^{۱۵} شتاب GPS می‌بایست گره‌ها حداقل برای نقطه‌های در فاصله ۶۰ ثانیه در نظر گرفته شود [۳]. همچنین جکلی^{۱۶} نشان داد که اگر روش نرم‌کننده B-spline به صورت برازش کمترین مربعات و گره‌ها برای بازه زمانی بالاتر از ۶۰ ثانیه استفاده گردد، دقت شتاب ثقل حاصل بهتر از یک میلی گال برای یک مسیر مستقیم می‌گردد [۴، ۵ و ۶].



شکل ۸: B-spline مربعی در سطح ۴ همراه با گره‌های آن

¹⁵ Smoothing

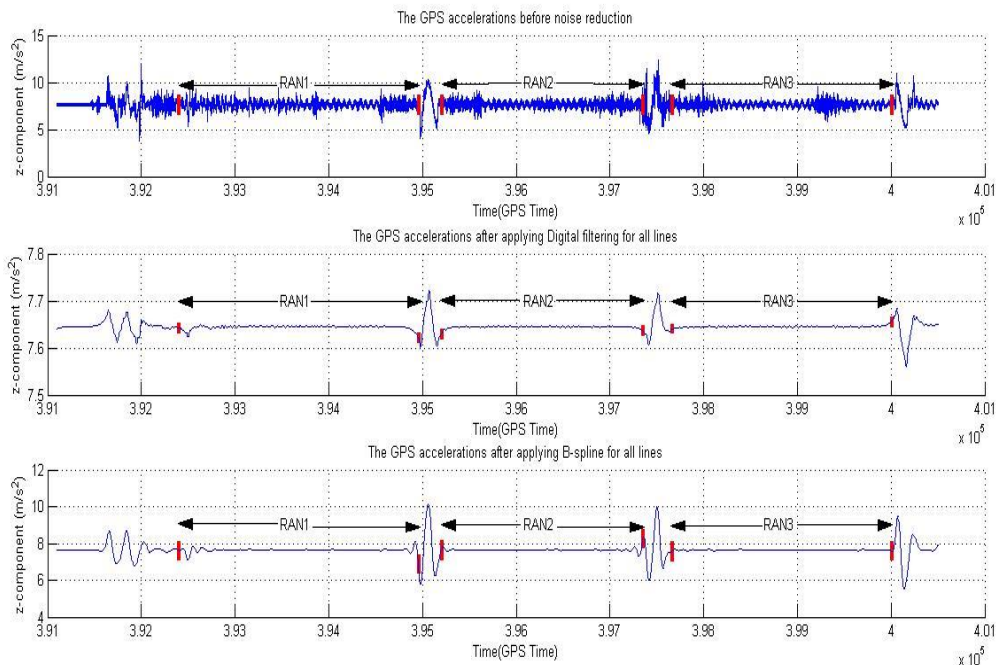
¹⁶ Jekeli



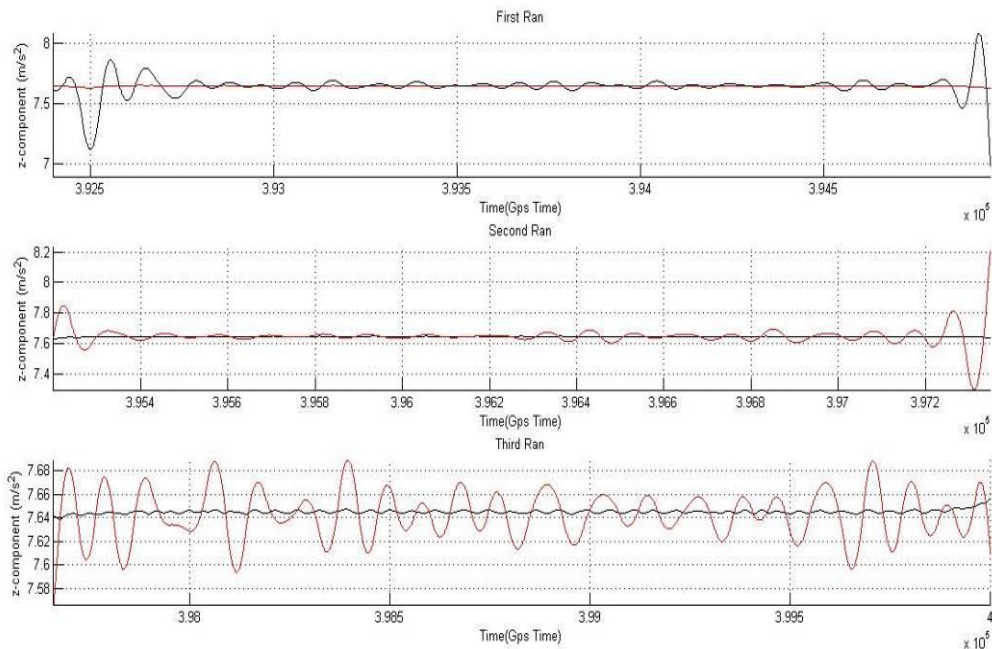
شکل ۹: B-spline خطی در سطح ۴ همراه با گره‌های آن

۵- بررسی نتایج فیلتر دیجیتال

با استفاده از فیلتر دیجیتال طراحی شده، نویز سیگنال شتاب GPS کاهش داده شد. در شکل (۱۰) به ترتیب سیگنال شتاب GPS قبل نرم‌سازی، نتایج حاصل بعد از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و نتایج بدست آمده از روش نرم‌سازی B-spline درجه ۳ در سطح ۲۰۰ در سه مسیر^{۱۷} پروازی را نشان داده شده است. همانطور که قبلاً هم اشاره شد، شتاب ثقل حاصل از نرم‌سازی سیگنال با روش B-spline دارای دقت یک میلی‌گال می‌باشد [۴]. لذا می‌توان این روش را به عنوان روش مرجع برای ارزیابی نتایج روش فیلتر دیجیتال در نظر گرفت. با بررسی و مقایسه سیگنال نرم‌شده حاصل از دو روش فیلتر دیجیتال و B-spline ملاحظه می‌شود که در نواحی با تغییرات کم در سیگنال (در طول مسیر)، نتایج نزدیک به هم می‌باشد. در ابتدا و انتهای مسیر که همراه با دور زدن وسیله پرنده و تغییر ناگهانی در ارتفاع نیز می‌باشد، تفاوت بیشتری ملاحظه می‌شود، البته این نقاط از سیگنال مشاهدات حذف می‌شوند. شکل (۱۱) سیگنال شتاب GPS نرم‌شده پس از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و روش نرم‌سازی B-spline به تفکیک هر یک از سه مسیر پروازی را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰: سیگنال شتاب GPS قبل از نرم‌سازی، نتایج حاصل بعد از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و نتایج بدست آمده از روش نرم‌سازی B-spline در سه مسیر پروازی



شکل ۱۱: سیگنال شتاب GPS نرم شده پس بعد از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و روش نرم‌سازی B-spline به تفکیک هر یک از سه مسیر پروازی

جهت کمی‌سازی میزان مطابقت سیگنال شتاب GPS نرم شده پس بعد از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و روش نرم‌سازی B-spline از رابطه میزان مطابقت دو تابع (رابطه (۶)) استفاده گردید:

$$Corr(f_1, f_2) = \frac{1}{1 + \|f_1 - f\|_{L^2}} * 100 \quad (۶)$$

جدول (۱) درصد نزدیکی سیگنال شتاب GPS نرم شده پس بعد از اعمال فیلتر دیجیتال طراحی شده و روش نرم‌سازی B-spline را نشان می‌دهد.

جدول ۱: درصد مطابقت نتایج دو روش

| مسیر شماره | درصد مطابقت دو سیگنال |
|------------|-----------------------|
| ۱ | ۹۶.۶۷۳۳ |
| ۲ | ۹۷.۵۷۰۸ |
| ۳ | ۹۸.۴۱۰۰ |

۶- نتیجه‌گیری

راحتی طراحی فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود، کاهش زمان محاسبات و نیاز به حافظه کمتر از مزایای فیلترهای با پاسخ ضربه نامحدود در پردازش سیگنال می‌باشد. در پروژه‌های اجرائی که حجم اطلاعات بالا می‌باشد، این ویژگی فیلتر دیجیتال بسیار کارآمد بوده موجب صرفه‌جویی در زمان و هزینه پروژه می‌گردد. این درحالی است که نتایج حاصل از این دو روش دارای مطابقت در حد ۹۷ درصد می‌باشد. از فیلتر دیجیتال می‌توان در حذف نویز دستگاهی از سیگنال شتاب INS نیز استفاده نمود. به این ترتیب می‌توان از INS ارزان‌تر (دارای نویز بیشتر) به جای INS گران‌تر



(دارای نویز کمتر) در ترکیب با GPS استفاده کرد. در نتیجه فیلترهای دیجیتالی با پاسخ ضربه نامحدود نیز امکان به کارگیری در پردازش‌های ثقل‌سنجی هوایی با دقت یک میلی‌گال را دارا می‌باشند.

مراجع

- [1] Oppenheim, A.V., R.W. Schaffer, and J.R. Buck, "Discrete-time signal processing". Vol. 2. 1989: Prentice-hall Englewood Cliffs.
- [2] Amerian, Y., "Regional Modeling of the Ionospheric Electron Density Using Wavelet Analysis and GPS Observations". Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K.N.Toosi University of Technology, PhD Thesis, 2013.
- [3] De Boor, C., "A practical guide to splines". Number 27 in Applied Mathematical Sciences. Springer, New York, 1978.
- [4] Jekeli, C. and R. Garcia, "GPS phase accelerations for moving-base vector Gravimetry". Journal of Geodesy, 1997. **71**(10): p. 630-639.
- [5] Kwon, J. and C. Jekeli, "A new approach for airborne vector gravimetry using GPS/INS". Journal of Geodesy, 2001. **74**(10): p. 690-700.
- [6] Senobari, M.S., "Airborne Vector Gravimetry Using INS/GPS". Faculty of Geodesy and Geomatics Engineering, K.N.Toosi University of Technology, MSc Thesis, 2005.